

# Construcción Gráfica de Redes de Flujo de Agua Subterránea

Eileen Poeter y Paul Hsieh

Traducción de Yetzabbel G. Flores

# *Construcción Gráfica de Redes de Flujo de Agua Subterránea*

*The Groundwater Project*

***Eileen Poeter***

*Departamento de Geología e Ingeniería Geológica  
Escuela de Minas de Colorado  
Golden Colorado, USA*

***Paul Hsieh***

*Hidrólogo de Aguas Subterráneas Independiente  
Redwood City, California, USA*

*Yetzabbel Flores*

*Universidad de Miskolc  
Miskolc, Hungría*

***Construcción Gráfica de  
Redes de Flujo de Agua  
Subterránea***

*The Groundwater Project  
Guelph, Ontario, Canada*

Todos los derechos reservados. Esta publicación es protegida por copyright. Ninguna parte de este libro puede reproducirse de ninguna forma ni por ningún medio sin el permiso por escrito de los autores (para solicitar permiso, comuníquese con: [permissions@gw-project.org](mailto:permissions@gw-project.org)). La distribución y reproducción comercial están estrictamente prohibidas.

Los trabajos de GW Project se pueden descargar de forma gratuita desde [gw-project.org](http://gw-project.org). Cualquiera puede usar y compartir enlaces de [gw-project.org](http://gw-project.org) para descargar el trabajo de GW Project. No está permitido que los documentos de GW Project estén disponibles en otros sitios web ni enviar copias de los documentos directamente a otros.

Copyright © 2020 Eileen Poeter and Paul Hsieh (Los Autores)

Publicado por The Groundwater Project, Guelph, Ontario, Canada, 2020.

Poeter, Eileen

Construction gráfica de redes de flujo de agua subterránea/ Eileen Poeter and Paul Hsieh - Guelph, Ontario, Canada, 2020. 67 p. ISBN: 978-1-7770541-3-7

Traducido por: MSc. Yetzabbel Flores, Universidad de Miskolc, Miskolc, Hungría, agosto del 2021. 70 p.

ISBN: 978-1-77470-027-3

Considere suscribirse a la lista de correo de The Groundwater Project y manténgase informado sobre los lanzamientos de libros nuevos, eventos y formas de participar en The Groundwater Project. Cuando se registra en nuestra lista de correo electrónico, nos ayuda a construir una comunidad mundial de aguas subterráneas. [Registrarse](#)

**Citación:** Poeter, Eileen and Paul Hsieh, 2020, [Graphical Construction of Groundwater Flow Nets](#) [Construcción gráfica de Redes de Flujo de Aguas Subterráneas]. The Groundwater Project, Guelph, Ontario, Canada.



*Editores de Dominio:* John Cherry y Eileen Poeter

*Comisión:* John Cherry, Stephen Moran, Everton de Oliveira y Eileen Poeter

*Comité Directivo:* John Cherry, Allan Freeze, Paul Hsieh, Ineke Kalwij, Douglas Mackay, Steven Moran, Everton de Oliveira, Beth Parker, Eileen Poeter, Ying Fan, Warren Wood, a Yan Zheng.

*Traducción al español:* Yetzabbel Flores

# Tabla de contenidos

<b>TABLA DE CONTENIDOS</b> .....	<b>IV</b>
<b>PRÓLOGO DE THE GROUNDWATER PROJECT</b> .....	<b>VI</b>
<b>PRÓLOGO</b> .....	<b>VII</b>
<b>PRÓLOGO PARA LA VERSIÓN EN ESPAÑOL</b> .....	<b>VIII</b>
<b>RECONOCIMIENTOS</b> .....	<b>IX</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1 ¿QUÉ ES LA CONSTRUCCIÓN GRÁFICA DE UNA RED DE FLUJO? .....	2
<b>2 CONSTRUCCIÓN DE UNA RED DE FLUJO</b> .....	<b>6</b>
2.1 ENFOQUES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE REDES DE FLUJO .....	6
2.2 DIBUJAR UNA RED DE FLUJO PARA UN SISTEMA ISOTRÓPICO HOMOGÉNEO .....	7
<i>    Criterios básicos para dibujar una red de flujo</i> .....	7
<i>    Pasos para dibujar una red de flujo usando lápiz y papel</i> .....	7
2.3 DIBUJAR UNA RED DE FLUJO PARA EL FLUJO POR DEBAJO DE UNA PRESA IMPERMEABLE .....	8
2.4 CALCULANDO LA DESCARGA VOLUMÉTRICA .....	13
2.5 DIBUJAR UNA RED DE FLUJO PARA UN SISTEMA NO CONFINADO CON EL NIVEL FREÁTICO COMO UNO DE LOS LÍMITES .....	15
2.6 EL “OÍR-VER-HACER” DE LAS REDES DE FLUJO .....	16
2.7 LAS REDES DE FLUJO PROVEEN INFORMACIÓN SOBRE EL FLUJO DEL AGUA SUBTERRÁNEA .....	18
2.8 DIBUJAR UNA RED DE FLUJO PARA UN SISTEMA CON CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA ANISOTRÓPICA .....	21
2.9 CREAR E INVESTIGAR SISTEMAS DE FLUJO CONTROLADOS POR LA TOPOGRAFÍA .....	22
2.10 RESUMEN .....	25
<i>    Nota sobre los Sistemas Transitorios de Aguas Subterráneas</i> .....	26
<b>3 EJERCICIOS</b> .....	<b>27</b>
<i>Ejercicio 1)</i> .....	27
<i>Ejercicio 2)</i> .....	28
<i>Ejercicio 3)</i> .....	29
<i>Ejercicio 4)</i> .....	30
<b>4 REFERENCIAS</b> .....	<b>31</b>
<b>5 ANEXOS</b> .....	<b>32</b>
ANEXO 1 – REVISIÓN DE LA CARGA HIDRÁULICA .....	32
ANEXO 2 – REVISIÓN DE LA LEY DE DARCY .....	35
ANEXO 3 – DERIVACIÓN: FÓRMULA PARA EL CAUDAL VOLUMÉTRICO A TRAVÉS DE UNA RED DE FLUJO .....	39
ANEXO 4 – DIBUJAR UNA RED DE FLUJO PARA UN SISTEMA NO CONFINADO CON LÍMITE EN EL NIVEL FREÁTICO .....	45
ANEXO 5 – DIBUJANDO REDES DE FLUJO PARA SISTEMAS ANISÓTROPAS .....	50
ANEXO 6 – CREAR E INVESTIGAR SISTEMAS DE FLUJO CONTROLADOS TOPOGRÁFICAMENTE .....	57
<i>    Introducción</i> .....	57
<i>    Ecuación de flujo</i> .....	58
<i>    Condiciones del límite del sistema</i> .....	58
<i>    Ejecutando el modelo</i> .....	58
<i>    Ejemplo 1</i> .....	60
<i>    Ejemplo 2</i> .....	61
<b>6 SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS</b> .....	<b>65</b>
EJERCICIO 1 - SOLUCIÓN .....	65
EJERCICIO 2 - SOLUCIÓN .....	67

EJERCICIO 3 - SOLUCIÓN .....	68
EJERCICIO 4 - SOLUCIÓN .....	69
<b>7 ACERCA DE LOS AUTORES.....</b>	<b>70</b>
<b>8 ACERCA DEL TRADUCTOR .....</b>	<b>71</b>
<b>MODIFICACIONES DE LA VERSIÓN ORIGINAL .....</b>	<b>A</b>

## Prólogo de The Groundwater Project

Los Miembros y Socios del Agua de las Naciones Unidas establecen su tema anual con algunos años de anticipación. El tema del Día Mundial del Agua del 22 de marzo de 2022 es “Aguas subterráneas: hacer visible lo invisible”. Esto es lo más apropiado para el debut de los primeros libros de The Groundwater Project (GW-Project) en 2020, que tienen el objetivo de hacer visible el agua subterránea.

El GW-Project, una organización sin fines de lucro registrada en Canadá en 2019, se compromete a contribuir al avance de la educación y aportar un nuevo enfoque a la creación y difusión de conocimientos para la comprensión y la resolución de problemas. El GW-Project opera el sitio web <https://gw-project.org/> como una plataforma global para la democratización del conocimiento de las aguas subterráneas y se basa en el principio de que:

*“El conocimiento debe ser gratuito y el mejor conocimiento debe ser conocimiento gratuito”.*

*Anónimo*

La misión del GW-Project es proporcionar materiales educativos accesibles, atractivos, de alta calidad, gratuitos, y en línea en muchos idiomas, a todos los que quieran aprender sobre las aguas subterráneas y comprender cómo estas se relacionan y sustentan a los sistemas ecológicos y a la humanidad. Este es un nuevo tipo de esfuerzo educativo global ya que se basa en el voluntariado de profesionales de diferentes disciplinas e incluye académicos, consultores y jubilados. El GW-Project involucra a muchos cientos de voluntarios asociados con más de 200 organizaciones de más de 14 países y seis continentes, con una participación creciente.

El GW-Project es un esfuerzo permanente y continuará con la publicación de cientos de libros en línea durante los próximos años, primero en inglés y luego en otros idiomas, para su descarga dondequiera que internet esté disponible. Las publicaciones del GW-Project también incluyen materiales de apoyo como videos, conferencias, demostraciones de laboratorio y herramientas de aprendizaje, además de proporcionar, o vincular software de dominio público para varias aplicaciones de aguas subterráneas que apoyan el proceso educativo.

El GW-Project es una entidad viva, por lo que se publicarán ediciones posteriores de los libros de vez en cuando. Se invita a los usuarios a proponer revisiones.

Le agradecemos que forme parte de la comunidad de GW-Project. Esperamos que nos cuentes tu experiencia con el uso de los libros y el material relacionado. ¡Agradecemos las ideas y los voluntarios!

El Comité Directivo de The Groundwater Project

Agosto 2020

## Prólogo

La capacidad de entender y construir redes de flujo es una habilidad esencial para un hidrogeólogo. Aunque en otros libros publicados por The Groundwater Project también se habla de las redes de flujo, en el presente libro se trata en profundidad, y de manera particular, la forma de construir gráficamente las redes de flujo. A través de este ejercicio usando lápiz y papel, los estudiantes pueden obtener un nivel más profundo de intuición y comprensión del flujo de las aguas subterráneas.

Se han publicado muchos libros de texto sobre aguas subterráneas en el último medio siglo y casi todos ellos llaman la atención sobre la importancia de las redes de flujo en las investigaciones de aguas subterráneas y cada uno proporciona varias páginas sobre el método manual de construcción. En la práctica profesional actual, las redes de flujo se producen fácil y rápidamente utilizando software disponible después de que el usuario define las condiciones de borde y la distribución de la conductividad hidráulica. El desafío para quienes son nuevos en el trabajo con aguas subterráneas es determinar las condiciones de borde y comprender cómo estas condiciones y la conductividad hidráulica controlan la distribución de la carga hidráulica y las líneas de flujo. Por lo tanto, es importante que los aspirantes a profesionales del agua subterránea desarrollen un sentido intuitivo con respecto a la apariencia de una red de flujo para un sistema dado antes de generar una simulación por computadora.

La intuición se puede desarrollar mediante la creación de redes de flujo utilizando el método "anticuado" de lápiz y papel de dibujar redes de flujo a mano. Este libro explica ese método y presenta videos que muestran representaciones de laboratorio de sistemas de agua subterránea en placas paralelas de Hele-Shaw y modelos de caja de arena con tinte que revela las líneas de flujo. Además, se proporciona una herramienta interactiva online de software para que los lectores tengan la oportunidad de mejorar su intuición de los sistemas de flujo mediante la creación de redes de flujo en sistemas de aguas subterráneas con distribuciones de conductividad hidráulica complicadas.

Eileen Poeter inició este libro y se acercó a Paul Hsieh para ser coautor. El resultado final es un libro sobre la creación y comprensión de redes de flujo preparado por dos expertos reconocidos a nivel mundial. El libro se mejoró mediante un proceso integral de revisión por pares. En consecuencia, el material de este libro presenta el tipo de conocimiento sobre las aguas subterráneas que respalda una mejor gestión y protección del recurso.

John Cherry, Líder de The Groundwater Project

Guelph, Ontario, Canadá, Julio 2020

## Prólogo para la versión en español

Las redes de flujo son una herramienta fundamental para entender el funcionamiento del flujo de las aguas subterráneas. Existen varios métodos para trazar una red de flujo, y en este libro, los autores nos presentan a profundidad el método gráfico de construcción de las redes de flujo, aplicable para sistemas de aguas subterráneas de condiciones isotrópicas y anisotrópicas, y con una geometría geológica simple. Haciendo uso de lápiz y papel, vamos aprender la metodología para lograr construir una red de flujo aceptable que nos permita tener una primera vista de las condiciones del sistema.

También se revisan conceptos básicos, que se describen de una manera más extensa en otros libros de The Groundwater Project, y que son necesarios para complementar las explicaciones aquí expuestas con respecto a las redes de flujo. Además, se adjuntan ejercicios que ayudaran al profesional con la aplicación práctica de los conocimientos y el desarrollo de su intuición al dibujar una red de flujo de manera manual.

Eileen Poeter y Paul Hsieh, dos reconocidos expertos en el área del agua subterránea y coautores de este libro nos han regalado una herramienta didáctica para crear y comprender las redes de flujo.

Finalmente, esta versión en español del título original “Graphical Construction of Groundwater Flow Nets” se ha traducido con el propósito de llegar a más profesionales del área y socializar el conocimiento sobre las aguas subterráneas con el fin de promover la gestión integral del recurso hídrico y visibilizar el agua subterránea como parte fundamental del mismo.

Yetzabbel Flores, Traductora voluntaria en The Groundwater Project  
Miskolc, Borsod-Abauj-Zemplen, Hungría, Julio 2021

## Reconocimientos

Agradecemos las revisiones exhaustivas y útiles, y las contribuciones a este libro de las siguientes personas:

- ❖ Xiaolang Zhang, estudiante PhD de la Universidad de Hong Kong, Hong Kong;
- ❖ Jimmy Jiao Profesor en la Universidad de Hong Kong, Hong Kong;
- ❖ Kamini Singha, Profesor, Departamento de Geología e Ingeniería Geológica, Escuela de Minas de Colorado, Golden, Colorado, USA;
- ❖ Alain Rouleau, Universidad de Québec en Chicoutimi, Saguenay, Canadá;
- ❖ Barret Kurlyk, Profesor asistente y Caedrático de Investigación de Canadá en Recursos Hídricos Costeros, Departamento de Ingeniería Civil y de Recursos, Universidad de Dalhousie, Sexton Campus, Halifax, Canadá;
- ❖ Allan Freeze, Profesor Emeritus, Ingeniería Geológica, Universidad de British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canadá; y,
- ❖ Xiao-Wei Jiang, Profesor de Hidrogeología, Escuela de Recursos Hídricos y Ambientales, Universidad China de Geociencias, Beijing China.

Agradecemos la supervisión y producción de este libro por parte de Amanda Sills y a Elhana Dyck por la corrección de estilo, ambos del Groundwater Project, Guelph, Ontario, Canadá. Agradecemos la orientación y las contribuciones de Everton de Oliveira, Diego Nogueira y Bruna Soldera de The Groundwater Project, São Paulo, São Paulo, Brasil, al impulsar este libro hasta su finalización. Agradecemos a Yetzabbel Flores por la traducción al español de este libro.

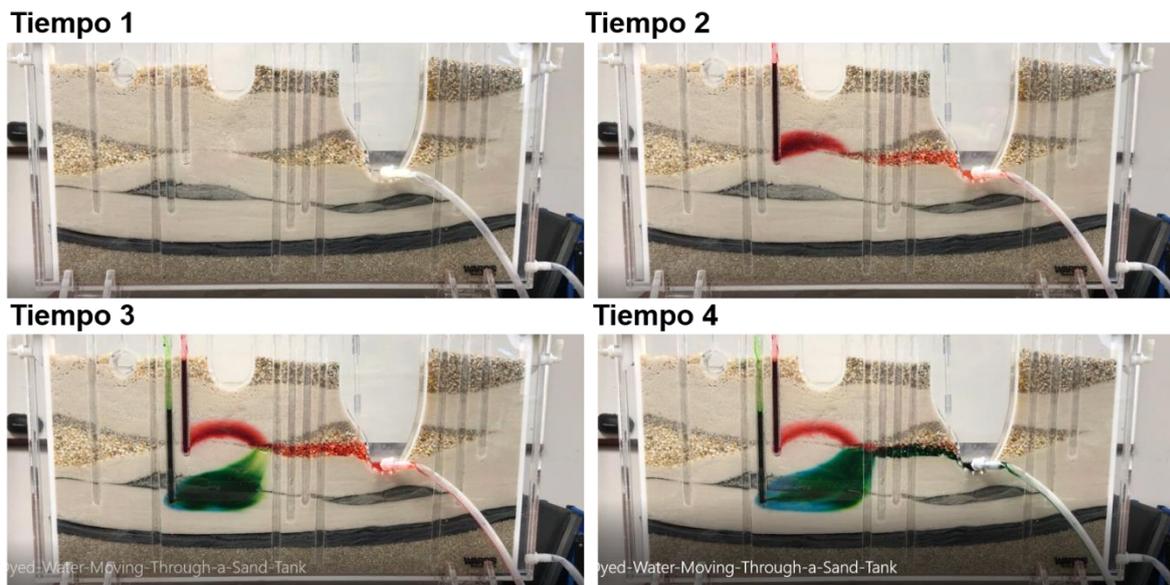
Eileen Poeter  
Paul Hsieh

# *Construcción Gráfica de Redes de Flujo de Agua Subterránea*

*The Groundwater Project*

# 1 Introducción

No es posible ver el agua subterránea fluyendo a través del subsuelo, por lo que la ventaja más valiosa que puede obtener un hidrogeólogo es la capacidad de visualizar la distribución de la carga hidráulica y las rutas de flujo en un espacio tridimensional. Esto resulta fácil para algunas personas, pero otras necesitan iniciar adentrándose en visualizar y entender ejemplos bidimensionales en estado estacionario de las redes de flujo antes de que la visualización se vuelva intuitiva. El esfuerzo invertido para dominar la visualización de sistemas de flujo merecerá la pena. La Figura 1 proporciona el enlace al video de agua teñida moviéndose a través de material poroso. Las redes de flujo tienen la capacidad de revelar la distribución de las fuerzas que impulsan el movimiento del fluido y las rutas que sigue.

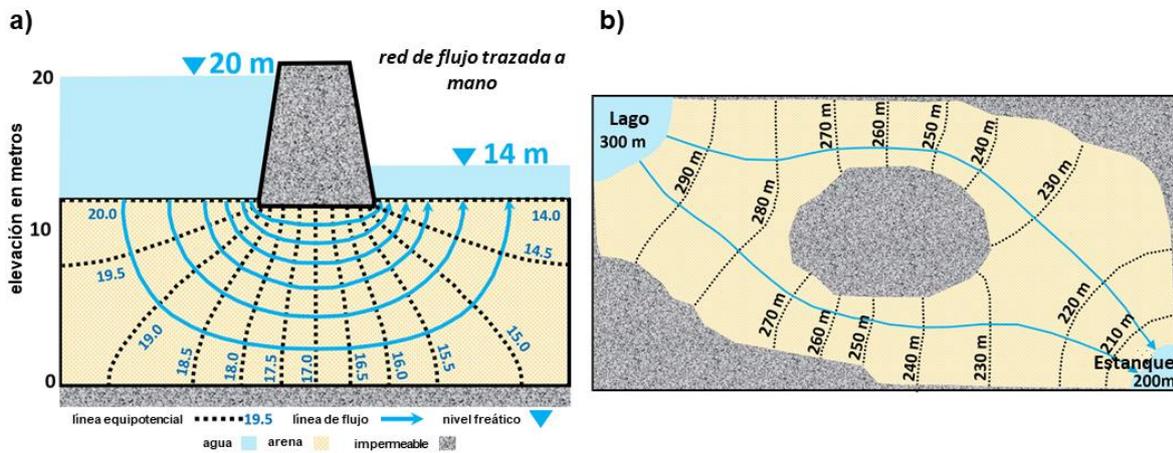


**Figura 1** - [Clic para ver](#)  un video del tinte moviéndose a través del tanque de arena. Aquí se muestran algunas instantáneas del video: El tiempo 1 es antes que se introduzca el tinte en el sistema, por lo que no se ven las líneas de flujo; el tiempo 2 es después de que se inyecta el tinte rojo en un pozo poco profundo y ha migrado al arroyo; el tiempo 3 es después de que se inyecta el tinte verde en un pozo profundo y ha migrado hacia arriba y a la derecha; y, el tiempo 4 es después de que el tinte verde alcanza la lente de grava y migra rápidamente hacia el arroyo. El video aclara mejor la ocurrencia del flujo. (Tanque de arena construido por los estudiantes de la Universidad de Wisconsin, Stevens Point. Grabado en la Escuela de Minas de Colorado. Editado y narrado por Eileen Poeter.)

El análisis gráfico de sistemas de flujo es útil entre las herramientas de todo hidrogeólogo porque puede: 1) proporcionar una comprensión rápida y útil de los sistemas de flujo cuando no hay una computadora disponible; 2) ayudar al usuario de un modelo numérico a evaluar su intuición con respecto a los resultados del modelo numérico; y, 3), facilitar la comprensión de los conceptos básicos del flujo de agua subterránea en caso de los nuevos profesionales en el campo de las aguas subterráneas. Sin embargo, el dominio

de la construcción de modelos numéricos básicos también es imprescindible para el hidrogeólogo moderno.

Como se muestra en la Figura 2, una red de flujo proporciona una imagen de líneas equipotenciales (líneas punteadas negras) y líneas de flujo (flechas azules) en un sistema de agua subterránea. En este libro se explica la construcción gráfica de dichas redes. Antes de usar las redes de flujo para comprender los sistemas de aguas subterráneas, es mejor comenzar por comprender la construcción gráfica bidimensional de las redes de flujo de estado estacionario. Es útil tener conocimiento de algunos elementos pertinentes, que incluyen: carga hidráulica, condiciones de borde, Ley de Darcy y ecuaciones de flujo de agua subterránea. Otro libro de [The Groundwater Project](#) (Woessner y Poeter, 2020) analiza estos elementos en detalle, sin embargo, en este libro se proporcionan breves reseñas.

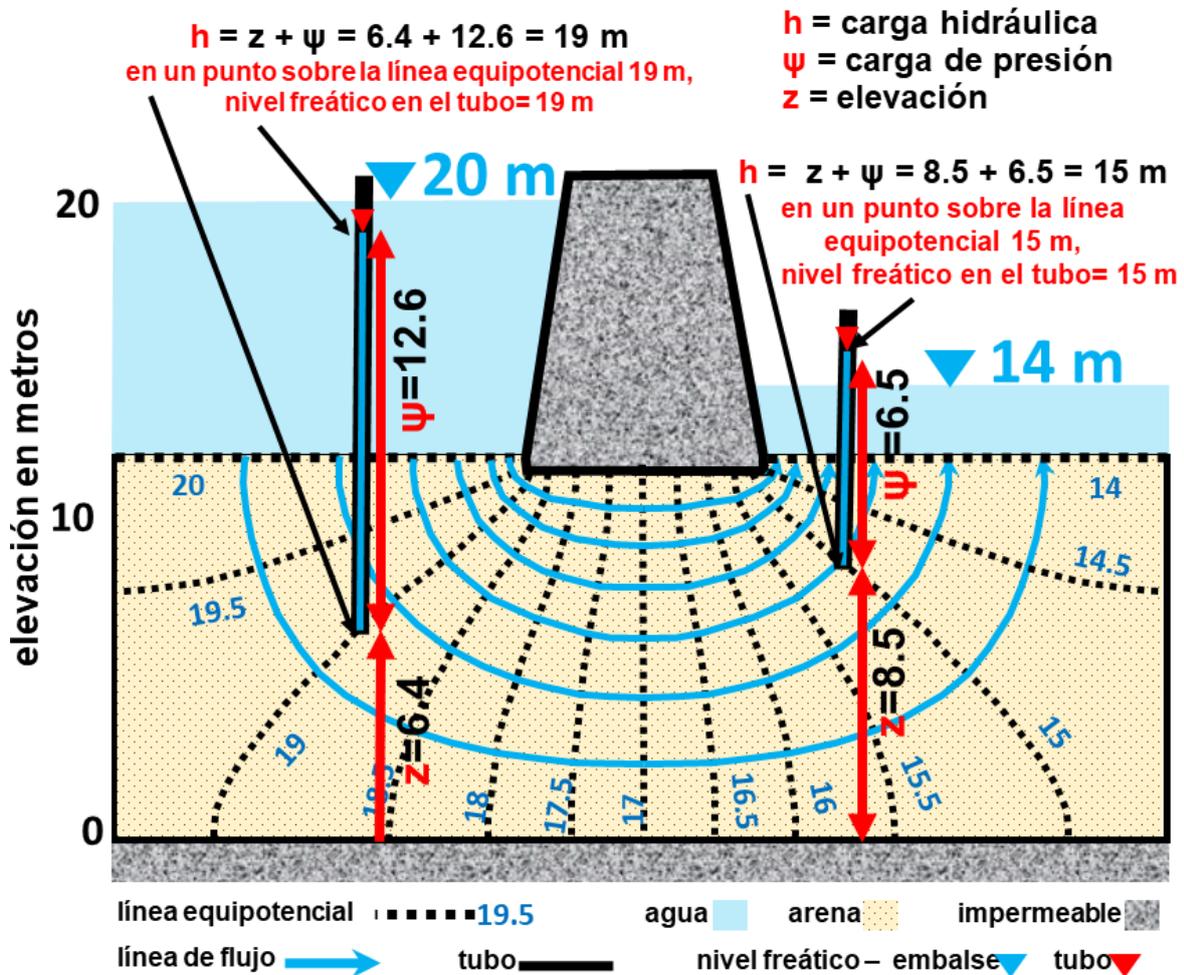


**Figura 2** - Imágenes de redes de flujo: a) agua subterránea moviéndose en una sección transversal vertical debajo de una presa; y, b) una vista en planta del flujo de agua subterránea desde un lago a un estanque rodeado por afloramientos rocosos.

### 1.1 ¿Qué es la construcción gráfica de una red de flujo?

La construcción gráfica de una red de flujo es un método que utiliza lápiz y papel para obtener una solución a la ecuación de flujo de agua subterránea en estado estacionario, homogéneo e isotrópico. El flujo constante es una condición de equilibrio para la cual las cargas hidráulicas, los índices de caudal y las líneas de flujo no cambian con el tiempo, es decir, la entrada es igual a la salida. Una red de flujo consta de dos familias de líneas que se interceptan: líneas equipotenciales, que conectan ubicaciones de la misma carga hidráulica y líneas de flujo que muestran trayectorias de flujo de agua subterránea como se muestra en la Figura 3. Una presa impermeable retiene un embalse de agua en la Figura 3. El agua se filtra desde el embalse, aguas arriba de la presa, hacia el material poroso subyacente; luego fluye por debajo de la presa y se filtra hacia el embalse con un nivel de

agua más bajo, aguas abajo de la presa. La distribución de la carga hidráulica impulsa el flujo de agua subterránea a lo largo de las líneas de flujo. Una breve revisión de la carga hidráulica es [ofrecida en el Anexo 1](#).



**Figura 3** - Vista en sección transversal de una red de flujo debajo de una presa desde un embalse aguas arriba a un embalse aguas abajo de la presa. Una red de flujo se compone de dos conjuntos de líneas que respetan la Ley de Darcy y la conservación de la masa. Las líneas equipotenciales conectan puntos de igual carga hidráulica (líneas punteadas negras) y las líneas de flujo delinean los caminos del flujo de agua subterránea (flechas azules).

Un sistema de agua subterránea homogéneo e isotrópico es aquel en el que la conductividad hidráulica es la misma en todos los puntos y no varía para diferentes direcciones de flujo. La conductividad hidráulica es la medida de la facilidad con la que el agua puede atravesar un material y se analiza en otro libro del [The Groundwater Project](#) (Woessner y Poeter, 2020). La ecuación del flujo de agua subterránea se basa en la Ley de Darcy y la conservación de la masa. Esta ecuación se deriva y analiza en otro libro del [The Groundwater Project](#) (Woessner y Poeter, 2020). Aquí se incluye una breve descripción general de la Ley de Darcy, la descarga específica, la velocidad lineal promedio y el tiempo

de viaje del agua subterránea [en el Anexo 2](#)<sup>1</sup>, porque estos conceptos son fundamentales para el material de este libro.

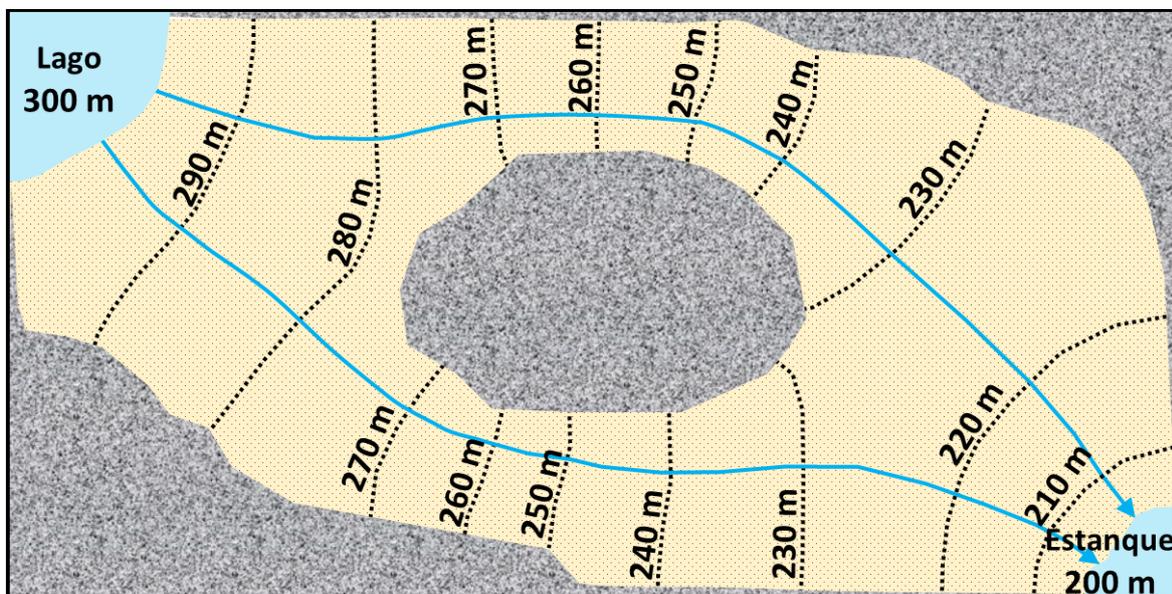
La construcción gráfica de una red de flujo resuelve la ecuación bidimensional del agua subterránea en estado estacionario en un material homogéneo e isotrópico con condiciones definidas para el límite del acuífero. Las condiciones de borde o límite se analizan en otro libro de [The Groundwater Project](#)<sup>2</sup> (Woessner y Poeter, 2020). Se utilizan dos tipos de condiciones de borde en la construcción gráfica de redes de flujo bidimensionales de estado estacionario. El dominio del sistema de flujo está restringido por un borde de carga hidráulica constante o un borde sin flujo. Es importante recordar que "sin flujo" se refiere a que no hay flujo a través del límite, el flujo de agua subterránea ocurre paralelo al borde, de modo que el borde es una línea de flujo.

Una vez especificadas la geometría y las condiciones de borde del sistema, se pueden determinar las cargas hidráulicas en todo el dominio del sistema; si se da una conductividad hidráulica, entonces el caudal a través de los bordes de carga hidráulica constante también se puede determinar utilizando la Ley de Darcy y la conservación de la masa. El acto de trazar la red de flujo debe realizarse para un sistema homogéneo e isotrópico; sin embargo, existe un procedimiento para escalar un sistema anisotrópico de modo que se pueda dibujar una red de flujo isotrópica y luego transformarla en una red de flujo anisotrópica. Esto se explica en la Sección 2.8 de este libro. Sin embargo, para los casos en los que la conductividad hidráulica no es homogénea (es decir es heterogénea), la construcción de una red de flujo requiere un método numérico utilizando una computadora.

Se deben tener en cuenta dos requisitos al dibujar las líneas equipotenciales y de flujo para obtener una solución precisa a la ecuación de flujo. Primero, las líneas equipotenciales y las líneas de flujo deben cruzarse en ángulos rectos. En segundo lugar, los dos conjuntos de líneas que se cruzan deben crear formas con una relación de aspecto constante (la misma relación de largo a ancho). La única forma realista para que el ojo humano logre relaciones de aspecto constantes es dibujar "cuadrados curvilíneos", cuadriláteros con lados curvos con una relación de aspecto cercana a 1 (Figura 3). Cuando se satisfacen estos dos requisitos, las líneas equipotenciales tendrán incrementos uniformes (intervalos de contorno) de una línea a la siguiente, cada tubo de corriente (una región delimitada por dos líneas de flujo adyacentes) llevará el mismo caudal volumétrico (medido, por ejemplo, en metros cúbicos por segundo). Una excepción a estos requisitos puede ocurrir cerca del límite del dominio donde se puede dibujar un tubo de corriente parcial (o fraccional). Esta excepción se analiza más adelante en este libro. Por último, es importante recordar que el valor de la conductividad hidráulica no influye en la distribución de la carga hidráulica en un sistema homogéneo, pero si se conoce la conductividad hidráulica, se puede utilizar una red de flujo para determinar el caudal volumétrico a través del sistema.

Una diferencia clave entre la construcción gráfica y numérica de una red de flujo es que el método gráfico requiere la creación de líneas equipotenciales y líneas de flujo, mientras que el método numérico no lo hace. Los hidrogeólogos comúnmente usan un modelo de agua subterránea para calcular la carga hidráulica, luego usan un modelo de seguimiento de trayectoria del flujo (también conocido como modelo de seguimiento de partículas) para calcular las líneas de flujo. Un proyecto puede requerir calcular solo carga hidráulica, en cuyo caso no se calculan las trayectorias de flujo.

Por lo general, un modelo numérico de agua subterránea calcula la carga hidráulica para una cuadrícula (o una matriz) de puntos y, a diferencia de una red de flujo construida gráficamente, esto da flexibilidad a la forma en que se dibujan las líneas equipotenciales. Por ejemplo, no es necesario trazar líneas equipotenciales en incrementos iguales. La flexibilidad también se produce al dibujar líneas de flujo. Un modelo de seguimiento de trayectoria del flujo permite dibujar una trayectoria desde cualquier ubicación. Tales flexibilidades significan que las líneas equipotenciales calculadas numéricamente y las líneas de flujo no necesariamente crean formas de relación de aspecto constante, y los tubos de corriente no necesariamente tienen el mismo caudal volumétrico. No obstante, estas líneas equipotenciales y líneas de flujo generadas por computadora forman una red de flujo genuina, porque satisfacen la ecuación de flujo de agua subterránea. Por ejemplo, en un acuífero con conductividad hidráulica homogénea e isotrópica, las líneas equipotenciales generadas por computadora cruzan las líneas de flujo en ángulos rectos. Las redes de flujo generadas numéricamente se utilizan para mostrar patrones de flujo en lugar de calcular caudales, porque los caudales se calculan resolviendo numéricamente las ecuaciones de flujo.



**Figura 4** - Vista en planta del flujo en un acuífero confinado penetrado por un lago profundo y un estanque, y limitado lateralmente por el lecho rocoso. El nivel del agua en el lago es de 300 m y el nivel de la superficie del estanque es de 200 m. La parte superior del acuífero tiene 190 m. Las líneas de flujo divergen hacia los lados de isla de lecho rocoso en el medio del acuífero y convergen en el lado del gradiente descendente.

También se puede construir una red de flujo bidimensional en una vista en planta. Un supuesto importante para la construcción gráfica de una red de flujo de vista en planta es la ausencia de una recarga distribuida por áreas, como la infiltración de precipitación en el sistema de flujo. La Figura 4 ilustra una vista en planta de una red de flujo entre un lago y un estanque en un área limitada por lecho rocoso. Si la tasa de recarga es trivial en relación con el caudal lateral volumétrico del lago al estanque, entonces la red de flujo es lo suficientemente precisa para evaluar el sistema de agua subterránea.

## 2 Construcción de una red de flujo

### 2.1 Enfoques para la construcción de redes de flujo

Una red de flujo se puede construir usando varios enfoques. Todos los enfoques generan líneas equipotenciales y de flujo de una forma u otra. El enfoque de construcción gráfica proporciona un resultado aproximado que a menudo es suficiente para fines prácticos. Los enfoques informáticos son más versátiles, pero requieren conocimientos en el uso de software.

**Construcción gráfica:** Este enfoque requiere solo papel y lápiz, y una comprensión fundamental de las características de la red de flujo. Las condiciones no ideales, como la heterogeneidad y la anisotropía, son un desafío y, en tales casos, los modelos numéricos son una mejor herramienta. El procedimiento para dibujar redes de flujo se describe en la Sección 2.2.

**Método de elementos analíticos:** Este enfoque se puede utilizar en sistemas más complejos y requiere software. Se utiliza un código de computadora para resolver las ecuaciones de flujo para funciones de carga hidráulica y drenajes con el fin de generar líneas equipotenciales y líneas de flujo en cualquier ubicación dentro del dominio del modelo.

**Método numérico:** Este enfoque también requiere software. Los métodos numéricos se pueden utilizar en sistemas más complejos. Los modelos numéricos se pueden construir rápidamente para crear redes de flujo bidimensionales de estado estacionario. Estos no proporcionan una solución continua porque las cargas hidráulicas se calculan para ubicaciones discretas dentro del dominio del modelo. Un cálculo muy preciso requiere puntos poco espaciados para el cálculo de la carga. La única forma de saber si la cuadrícula es lo suficientemente fina es resolver el mismo problema utilizando una cuadrícula más fina y obtener la misma respuesta calculada para la cuadrícula más gruesa. Después de calcular la distribución discreta de la carga hidráulica, se utiliza un modelo de seguimiento de la trayectoria del flujo (también conocido como modelo de seguimiento de partículas) para calcular las líneas de flujo de acuerdo con la Ley de Darcy.

Aunque se pueden utilizar modelos informáticos para simular sistemas de flujo complejos, es beneficioso para los hidrogeólogos adquirir la capacidad de dibujar redes de flujo con lápiz y papel, para dominar la comprensión de las redes de flujo y de los conceptos

básicos del flujo de agua subterránea. La capacidad de bosquejar redes de flujo se puede utilizar para una evaluación inicial rápida del sistema en campo y en reuniones improvisadas del proyecto. Sin embargo, el dominio de la construcción de modelos numéricos también es imprescindible para el hidrogeólogo moderno.

## 2.2 Dibujar una red de flujo para un sistema isotrópico homogéneo

### Criterios básicos para dibujar una red de flujo

- La Ley de Darcy es válida
- La Conductividad Hidráulica del material es homogénea
- La Conductividad Hidráulica del material es isotrópica
- El material está saturado
- El flujo es estacionario
- El fluido tiene densidad constante
- El fluido tiene viscosidad constante
- Los ejes horizontal y vertical están dibujados a escala

### Pasos para dibujar una red de flujo usando lápiz y papel

1. Dibuje el contorno del sistema de flujo a escala y etiquete la naturaleza de cada límite
2. Dibujar líneas equipotenciales a lo largo de los límites donde se especifica un valor único de carga hidráulica
3. Dibujar líneas de flujo a lo largo de los límites sin flujo
4. Dentro del dominio del sistema, dibuje líneas de flujo a lo largo de caminos donde visualice el flujo de agua subterránea, asegurándose de que sean perpendiculares a las líneas equipotenciales en los límites
5. Dibuje líneas equipotenciales dentro del dominio de flujo, asegurándose que:
  - son perpendiculares a los límites sin flujo;
  - son perpendiculares a las líneas de flujo; y;
  - junto con las líneas de flujo, crean formas de relación de aspecto constante, preferiblemente "cuadrados curvilíneos". Un cuadrado curvilíneo es una forma de cuatro con lados de bordes curvos y una relación de aspecto cercana a uno.
6. Calcule el intervalo de contorno y etiquete las líneas equipotenciales
7. Calcule el flujo a través de la red usando la ecuación para la descarga total a través de una red de flujo que se presenta en la Sección 2.4 siguiendo la descripción del procedimiento para dibujar una red de flujo.

### 2.3 Dibujar una red de flujo para el flujo por debajo de una presa impermeable

Considere los pasos para dibujar una red de flujo a través de la arena porosa homogénea debajo de una presa impermeable de concreto clavada en la arena como se muestra en la Figura 5. En el campo, el material geológico poroso debajo de la presa se extiende una gran distancia en dirección de la pendiente ascendente y descendente, pero aquí sólo se ilustra una parte. La presa tiene 21 metros de ancho en dirección perpendicular a la figura. El nivel del agua en el embalse contenido por la presa es de 10 metros por encima de la superficie del material de baja conductividad hidráulica debajo del acuífero que se utiliza como referencia. El nivel del agua en el embalse aguas abajo de la presa es 4 metros más bajo que el nivel agua arriba. El flujo de agua debajo de la presa fluye aguas abajo.

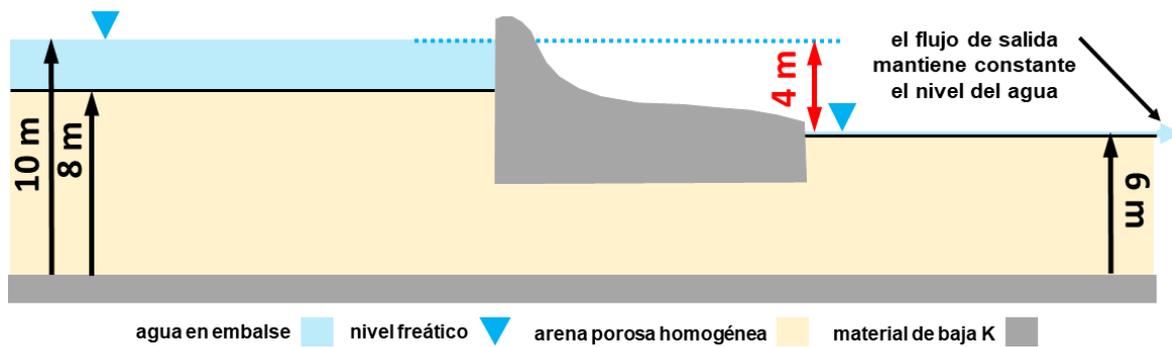
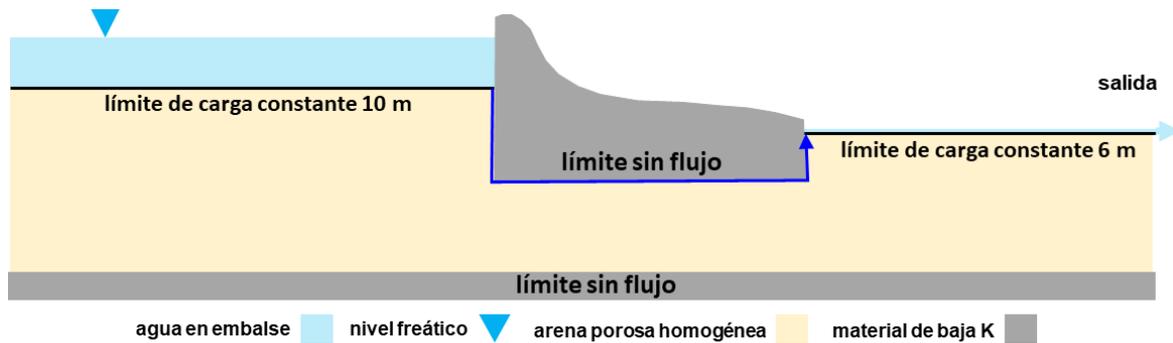


Figura 5 – Presa impermeable de hormigón clavada en el suelo arenoso.

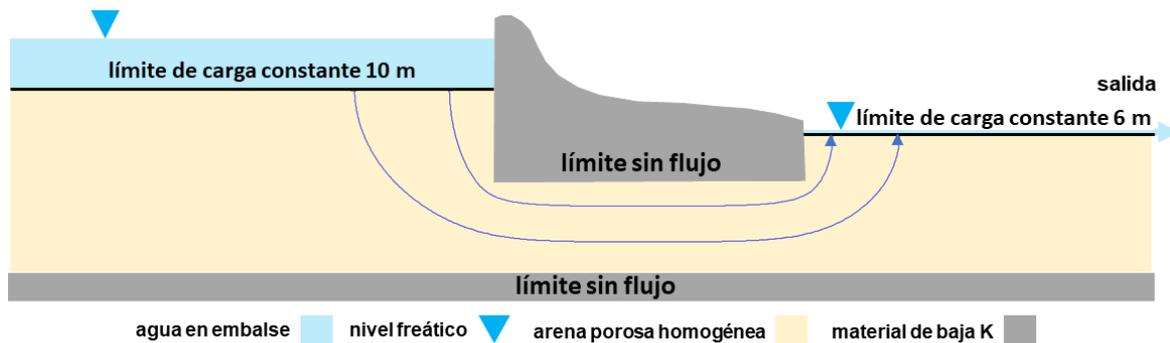
Comenzamos a construir la red de flujo dibujando el contorno del sistema de flujo a escala y etiquetando todas las condiciones de límite (Figura 6). Se supone que la presa de hormigón y la capa subyacente a la arena evitan que el flujo cruce, por lo tanto, se etiquetan como límites sin flujo (Figura 6). Se puede utilizar cualquier nivel conveniente como referencia para una red de flujo. En este caso, la superficie del lecho rocoso horizontal debajo de la presa proporciona una referencia conveniente para las medidas de altura piezométrica. Un cuerpo de agua abierto es hidrostático, por lo que la carga hidráulica en la arena del fondo del embalse es igual a la elevación del agua del embalse. Por lo tanto, estas ubicaciones son límites de carga constante con una altura piezométrica de 10 m aguas arriba de la presa y una altura de 6 metros aguas abajo (Figura 6). Las porciones laterales del acuífero no están delimitadas, por lo que deben alejarse lo suficiente de la presa para que no se produzcan fugas significativas entre el embalse y la arena subyacente en los extremos distantes del sistema. La tasa más alta de filtración en la arena será inmediatamente aguas arriba de la presa y disminuirá con la distancia. Si, después de construir una red de flujo, parece que el diagrama no es lo suficientemente ancho, se puede volver a dibujar con mayor extensión lateral desde la presa, hasta que se obtenga una red de flujo aceptable. Utilizando el conocimiento de la Ley de Darcy y el hecho de que el flujo

es paralelo a los límites sin flujo, se puede trazar una ruta a lo largo de la presa de concreto desde el embalse aguas arriba hacia el embalse aguas abajo (Figura 6).



**Figura 6** - Paso 1 - Dibujar el sistema a escala (los límites sin flujo se indican mediante zonas grises), Paso 2 - Dibujar líneas equipotenciales para que coincidan con los límites de carga constante (líneas negras), Paso 3 - Dibujar líneas de flujo para que coincidan con los límites sin flujo (flecha azul siguiendo el límite de no flujo de la presa).

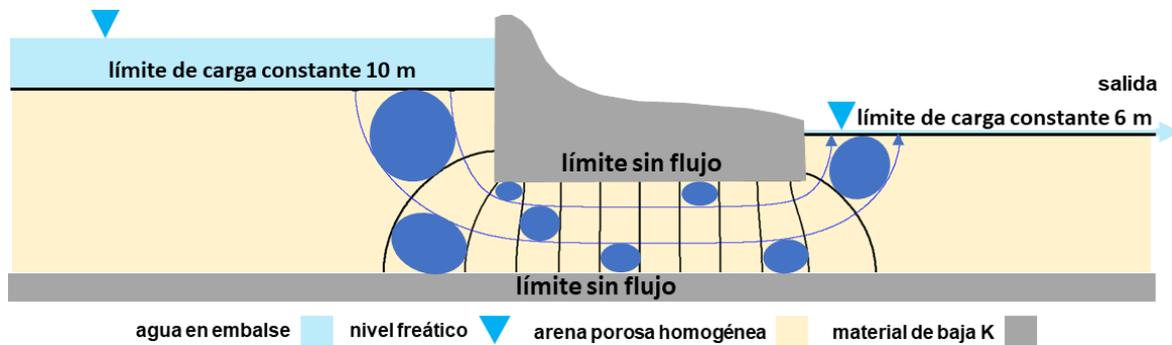
El siguiente paso es visualizar cómo es más probable que se mueva el agua a través del sistema y trazar algunas líneas de flujo (Figura 7). Las líneas de flujo deben trazarse perpendiculares a los límites de carga hidráulica constante. No se preocupe si su primer intento de dibujar líneas de flujo no es correcto porque los errores en el dibujo de las líneas de flujo aparecerán a medida que se dibujan las líneas equipotenciales, y se pueden corregir borrando y volviendo a dibujar hasta que la red de flujo sea correcta. El primer boceto de las líneas de flujo simplemente es el inicio del proceso.



**Figura 7** - Paso 4: Dibuje líneas de flujo a lo largo de los caminos donde visualice el flujo de agua subterránea (flechas azules), asegurándose de que sean perpendiculares a las líneas equipotenciales en los límites. No se preocupe por hacerlo bien al principio. Dibujar redes de flujo es un proceso de prueba y error. A medida que aumenta la experiencia con las redes de flujo, la intuición mejora y se vuelve más fácil colocar las líneas de flujo en casi la posición correcta en el primer intento.

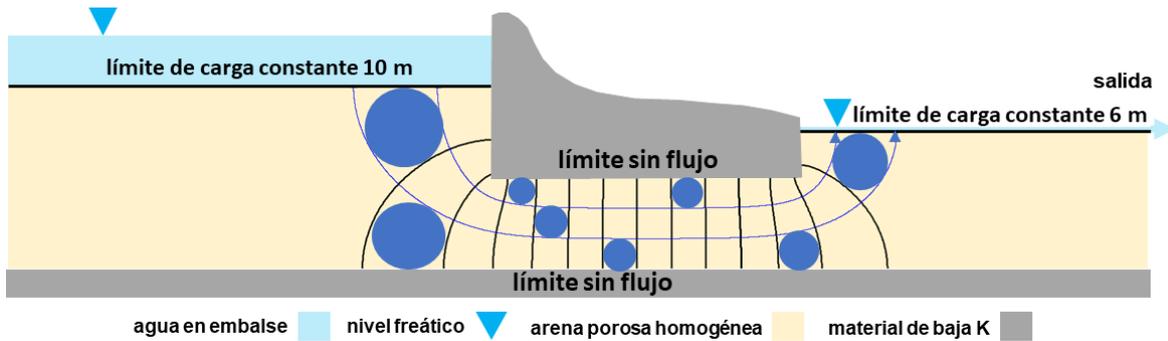
A continuación, dibuje las líneas equipotenciales para mostrar cómo la carga hidráulica varía desde el límite de carga constante en el embalse aguas arriba hasta el límite de carga constante en el embalse aguas abajo. Las líneas equipotenciales deben trazarse perpendiculares tanto a los límites sin flujo como a las líneas de flujo. Las líneas equipotenciales y las líneas de flujo deben cruzarse para crear formas con una relación de aspecto constante, preferiblemente "cuadrados curvilíneos", cuadriláteros con lados curvos

y con una relación de aspecto cercana a 1. Dibujar una red de flujo a mano es un proceso de prueba y error porque las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se ajustan hasta que se forman cuadrados curvilíneos. Es útil dibujar formas redondas dentro y tocando los límites del espacio formado por las líneas equipotenciales y las líneas de flujo. Si las formas no son circulares, como en el primer intento que se muestra en la Figura 8, entonces las líneas deben ajustarse.



**Figura 8** - Paso 5: Dibuje líneas equipotenciales entre las líneas dibujadas como límites de carga constantes (líneas negras), asegurándose de que sean perpendiculares a los límites sin flujo, perpendiculares a las líneas de flujo e intentando formar cuadrados curvilíneos. Dibujar una red de flujo a mano es un proceso de prueba y error porque las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se ajustan hasta que se forman cuadrados curvilíneos. Es útil dibujar formas redondas dentro y tocando los límites del espacio formado por las líneas equipotenciales y las líneas de flujo. Si las formas no son circulares, como en este primer intento de dibujar la red de flujo, entonces las líneas deben ajustarse.

Ajuste la posición de las líneas de flujo y las líneas equipotenciales hasta que un círculo llene bastante bien el espacio entre las líneas como se muestra en la Figura 9. Si se necesita un óvalo para llenar el espacio, entonces no es un cuadrado curvilíneo. Un ligero desajuste de los círculos no es importante. Para hacer una diferencia en la estimación del flujo a través del sistema, los desajustes deben ser lo suficientemente grandes como para que sea necesario agregar o eliminar líneas de flujo o líneas equipotenciales para obtener los cuadrados casi curvilíneos, porque se lograr la relación adecuada del número de líneas de flujo y equipotenciales es clave para trazar una red de flujo válida. El número de líneas de flujo es el mismo en la Figura 8 y Figura 9, pero el número de líneas equipotenciales difiere, lo que indica que fue necesario volver a dibujarlo para obtener una red de flujo que se pueda utilizar para calcular el flujo a través del sistema.



**Figura 9** - La creación de formas con una relación de aspecto constante es un requisito al dibujar una red de flujo. La mejor manera de lograrlo es dibujando cuadrados curvilíneos. Dibujar un círculo dentro de las formas puede ayudar a discernir si las formas son cuadrados curvilíneos. Un ligero desajuste no es importante. Los desajustes deben ser lo suficientemente grandes como para que sea necesario agregar o eliminar líneas de flujo o equipotenciales para obtener los cuadrados casi curvilíneos como en la transición de la figura anterior a esta figura.

Una vez que la red de flujo tiene una forma aceptable, el siguiente paso es calcular los valores de las líneas equipotenciales y etiquetarlas. Las líneas equipotenciales representan las cargas hidráulicas dentro del sistema y entre las cargas hidráulicas delimitadoras. La diferencia entre el valor de la carga en las líneas equipotenciales adyacentes se denomina intervalo de contorno. Este intervalo es constante para toda la red de flujo. Para determinar la magnitud del intervalo de contorno, primero determine la caída total de la carga a través de la red de flujo,  $H$ , y divida eso por el número de divisiones de carga,  $n_d$ , en la red de flujo como se muestra en la Ecuación 1.

$$\text{intervalo de contornos} = \frac{H}{n_d} \tag{1}$$

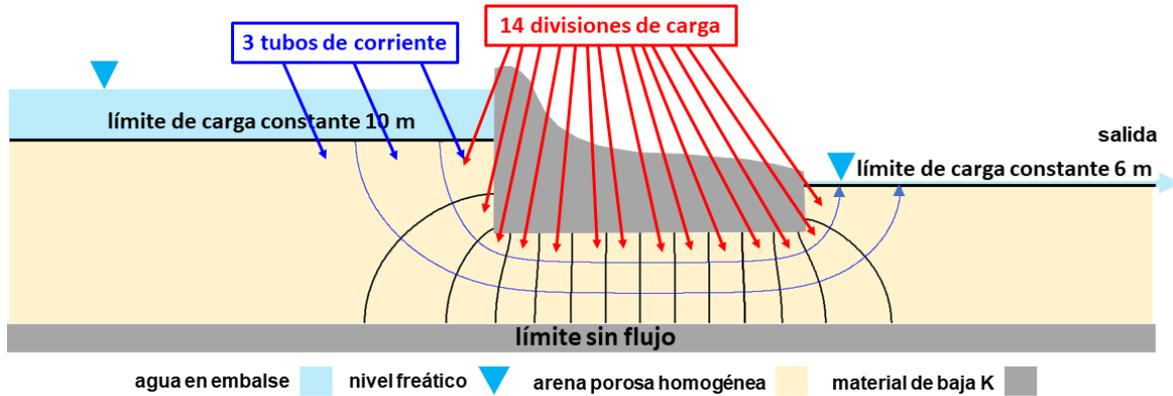
donde:

- intervalo de contorno = diferencia en carga entre líneas equipotenciales adyacentes (L)
- $H$  = caída total de la carga hidráulica dentro del dominio de flujo (L)
- $n_d$  = número de divisiones de carga en la red de flujo (adimensional)

La caída total de la carga a través del sistema es:

$$H = 10 \text{ m} - 6 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

Una división de carga está representada por la zona entre líneas equipotenciales adyacentes. El número de divisiones de carga no es arbitrario. Se determina trazando una red de flujo respetando las reglas relativas a la colocación de líneas equipotenciales. En la red de flujo para el flujo debajo de la presa de hormigón hay catorce divisiones de carga ( $n_d = 14$ ) como se muestra en Figura 10.



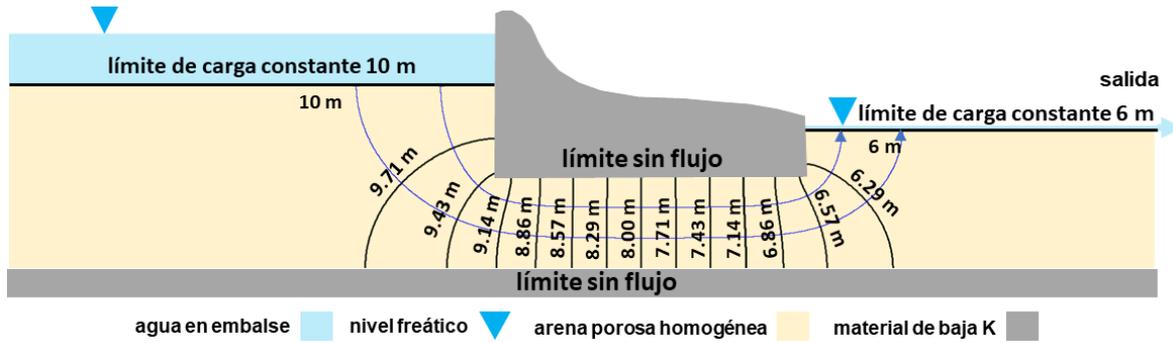
**Figura 10** - El número apropiado de divisiones de carga (espacios entre líneas equipotenciales) y tubos de corriente (espacios entre líneas de flujo) se determina siguiendo las reglas para dibujar una red de flujo. Esta red de flujo tiene 14 divisiones de carga y 3 tubos de corriente.

Este dibujo de la red de flujo comenzó con dos líneas de flujo internas, creando tres tubos de corriente debajo de la presa. Se puede dibujar una red de flujo válida comenzando con uno, diez o cualquier número de tubos de corriente, siempre que se agregue el número apropiado de líneas equipotenciales para crear formas de relación de aspecto constante, preferiblemente cuadrados curvilíneos. No importa cuántas líneas de flujo se dibujen, el proceso de creación de formas de relación de aspecto constante producirá aproximadamente la misma relación entre el número de tubos de corriente y el número de divisiones de carga. Es la relación entre el número de tubos de corriente y el número de divisiones de carga lo que es importante. La relación entre los tubos de corriente y las divisiones de carga para la red de flujo de la Figura 10 es  $3/14 = 0,214$ . Si la red de flujo se dibuja con 2 tubos de corriente, se necesitarán 9 divisiones de carga para crear cuadrados curvilíneos, para una relación de  $2/9 = 0,2222$ . Si se utilizan 5 tubos de corriente, entonces 23 divisiones de carga producirán cuadrados curvilíneos, para una relación de  $5/28 = 0,217$ . Estas pequeñas diferencias en la relación entre los tubos de corriente y las divisiones de carga ilustran que dibujar una red de flujo con papel y lápiz produce una solución aproximada.

El intervalo de contorno para la red de flujo es:

$$\text{intervalo de contorno} = \frac{H}{n_d} = \frac{4 \text{ m}}{14} = 0.2857 \text{ m}$$

Las líneas equipotenciales etiquetadas se muestran en la Figura 11. La red de flujo no proporciona precisión a las tres figuras significativas que se muestran en las etiquetas de contorno en el diagrama. Se muestran tres figuras significativas, no porque el sistema sea conocido con alta precisión, sino para ilustrar adecuadamente la diferencia de carga entre las líneas de contorno adyacentes.



**Figura 11** - Paso 6: Calcule el intervalo de contorno de la línea equipotencial y etiquete las líneas equipotenciales. En este caso, el intervalo de contorno es ~ 0,29 metros.

Es útil recordar que la solución aproximada proporcionada por una red de flujo dibujada a mano es suficiente para aplicaciones prácticas porque el error es leve en comparación con la incertidumbre asociada con suponer que el material es homogéneo e isotrópico y con la estimación del valor de la conductividad hidráulica.

## 2.4 Calculando la descarga volumétrica

La descarga volumétrica es el caudal volumétrico de agua que fluye a través de un sistema. Esta tasa se informa en dimensiones de volumen (longitud al cubo) a lo largo del tiempo (por ejemplo, litros por minuto o metros cúbicos por segundo).

Para una red de flujo en la que las líneas equipotenciales y las líneas de flujo forman cuadrados curvilíneos, se puede usar la Ecuación 2 para calcular la descarga volumétrica a través de la red de flujo. La derivación de la ecuación para calcular el caudal a través de una red de flujo se [ofrece en el Anexo 3](#).

$$Q_{total} = K H \frac{n_f}{n_d} w \tag{2}$$

donde:

- $Q_{total}$  = caudal volumétrico a través del sistema (L<sup>3</sup>/T)
- $K$  = conductividad hidráulica del medio poroso (L/T)
- $H$  = caída total de la carga hidráulica dentro del dominio de flujo (L)
- $n_f$  = número de tubos de corriente en la red de flujo (adimensional)
- $n_d$  = número de divisiones de carga en la red de flujo (adimensional)
- $w$  = distancia que el sistema se extiende en el dibujo (L)

Como se muestra en los primeros pasos de la derivación en el Anexo 3, la Ecuación 2 se puede ajustar para acomodar una red de flujo dibujada con formas de una relación de aspecto constante que difiere de uno, como se muestra en la Ecuación 3.

$$Q_{total} = K H \frac{n_f}{n_d} w a_r \tag{3}$$

donde:

$a_r$  = relación de aspecto para una forma de relación de aspecto constante en la red de flujo que debe calcularse como la distancia entre las líneas de flujo dividida por la distancia entre las líneas equipotenciales (adimensional)

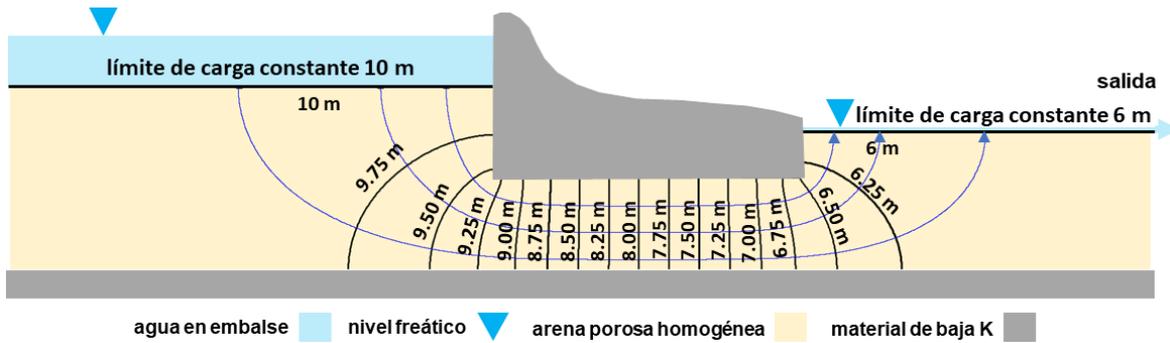
La ecuación 2 es aplicable para la red de flujo de cuadrados curvilíneos que se muestra en la Figura 11. Suponga que la conductividad hidráulica del material debajo de la presa en la sección anterior es 0.5 m/d y el ancho de la presa en la imagen es de 21 metros, entonces la el caudal debajo de la presa es:

$$Q_{total} = KH \frac{n_f}{n_d} w = \left(0.5 \frac{\text{m}}{\text{d}}\right) (4 \text{ m}) \left(\frac{3}{14}\right) (21 \text{ m}) = 9 \frac{\text{m}^3}{\text{d}}$$

La fórmula para determinar el flujo volumétrico a través de una red de flujo no involucra las dimensiones absolutas de la longitud y altura del sistema. Utiliza solo la relación entre el número de divisiones de la carga y el número de tubos de corriente. Como se mencionó anteriormente, al dibujar una red de flujo, lo importante es la relación entre el número de tubos de corriente y el número de divisiones de la carga. La relación entre los tubos de corriente y las divisiones de carga para la red de flujo de la Figura 11 es  $3/14 = 0,214$ . Si la red de flujo se dibuja con 2 tubos de corriente, se necesitarán 9 divisiones de carga para crear cuadrados curvilíneos, para una relación de  $2/9 = 0,2222$ . Si se utilizan 5 tubos de corriente, entonces 23 divisiones de carga producirán cuadrados curvilíneos, para una relación de  $5/23 = 0,217$ . Estas pequeñas diferencias en la relación entre los tubos de corriente y las divisiones de caída de la carga producirán valores ligeramente diferentes del  $Q_{total}$ , lo que ilustra que dibujar una red de flujo con papel y lápiz produce una solución aproximada. Al calcular  $Q_{total}$ , para una aplicación práctica, estas ligeras diferencias son triviales en comparación con la incertidumbre en la estimación de un valor equivalente de conductividad hidráulica homogénea utilizada para calcular  $Q_{total}$ .

En algunos casos, una persona puede optar por iniciar utilizando un número redondo para un intervalo de contorno de líneas equipotenciales al comenzar a dibujar una red de flujo. Si la red de flujo de la Figura 11 se dibuja con un intervalo de contorno de 0.25 m (que produce 16 divisiones de la carga), entonces la relación requerida para una red de flujo válida indica que son necesarios 3.43 tubos de corrientes (es decir,  $3.43 / 16 = 0.214$ ). Por lo tanto, la red de flujo tiene un tubo de corriente parcial para mantener la relación válida, por lo que uno de los tubos de corriente debe tener 0.43 del ancho de los tubos que forman cuadrados curvilíneos como se ilustra en el tubo de corriente más profundo en la Figura 12. El cálculo del caudal a través del sistema produce el mismo resultado porque la relación entre los tubos de corriente y las divisiones de caídas de carga no ha cambiado:

$$Q_{total} = KH \frac{n_f}{n_d} w = \left(0.5 \frac{\text{m}}{\text{d}}\right) (4 \text{ m}) \left(\frac{3.43}{16}\right) (21 \text{ m}) = 9 \frac{\text{m}^3}{\text{d}}$$



**Figura 12** - Una red de flujo para el sistema ilustrado en la Figura 11 con un intervalo de contorno de 0.25 metros, que requiere 3.43 tubos de corriente para lograr cuadrados curvilíneos y una relación válida entre el número de tubos de corriente y el número de divisiones de caída de carga. Por lo tanto, el tubo de flujo más profundo es solo ~ 40% del ancho de los tubos de flujo que forman cuadrados curvilíneos.

Es importante recordar que dibujar una red de flujo requiere dibujar la geometría del sistema de flujo a escala. Es decir, la longitud y el ancho relativos del sistema deben dibujarse correctamente para determinar el caudal por unidad de longitud normal al diagrama. Se debe conocer el ancho absoluto del sistema en el diagrama para determinar el caudal total a través del sistema.

## 2.5 Dibujar una red de flujo para un sistema no confinado con el nivel freático como uno de los límites.

Los sistemas de agua subterránea no confinada tienen como límite superior la capa freática que requiere una consideración especial al trazar una red de flujo porque la ubicación de la capa freática como límite no se conoce hasta que se completa la construcción de la red de flujo. Dichos sistemas también pueden tener un lado de filtración, donde el agua subterránea se filtra a lo largo de una sección inclinada de la superficie del suelo. La posición del nivel freático y la longitud del área de filtración deben ajustarse junto con las líneas de flujo y equipotenciales mientras se dibuja la red. Debido a que la presión del agua es igual a la presión atmosférica en el nivel freático, las líneas equipotenciales deben cruzarse con el nivel freático a una elevación igual al valor de la etiqueta de la línea equipotencial.

En ausencia de recarga, el nivel freático es una línea de flujo en sí mismo. Aquí no hay circulación a través de las líneas de flujo, entonces el nivel freático sin recarga puede verse como un límite sin flujo de posición desconocida hasta que se dibuja la red. Cuando el nivel freático se considera una línea de flujo, las líneas equipotenciales se encuentran con el nivel freático en ángulos rectos.

El procedimiento para construir una red de flujo gráfica no se adapta a los límites con un flujo definido distinto de cero. Sin embargo, si hay recarga a través del nivel freático y se conoce su posición, entonces los valores de carga se pueden definir como iguales a la elevación del nivel freático y se puede dibujar la red de flujo que reflejará el flujo de entrada

en el nivel freático. La tasa de flujo de entrada se puede determinar si se conoce el valor de la conductividad hidráulica. Esto se discute en la sección 2.9 que trata sobre el flujo impulsado topográficamente.

Una presa de tierra se utiliza como ejemplo para discutir el trazado de redes de flujo en un sistema no confinado, como se ilustra en la Figura 13 y se describe en el Anexo 4, al que se puede acceder desde el título de la Figura 13. A diferencia de la sección anterior, el material del suelo es impermeable y material pétreo se trae de cerca para construir la presa, por lo que en este caso el agua fluye a través de la presa en lugar de por debajo. La superficie de la presa está sellada para evitar la infiltración de agua en la estructura. Por consiguiente, el nivel freático es una línea de flujo.

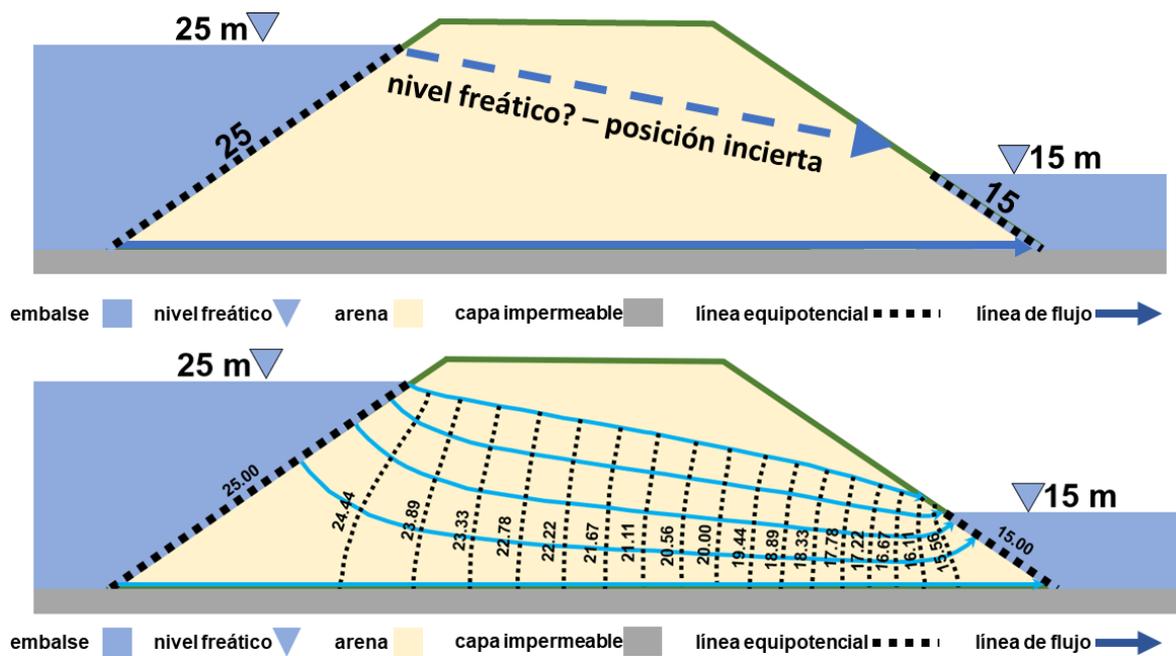


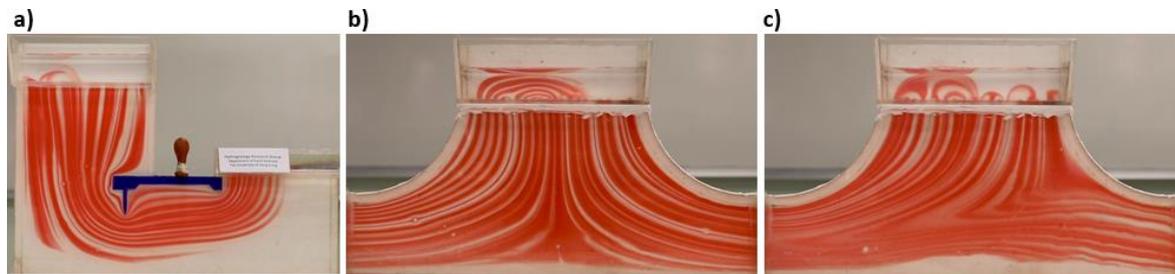
Figura 13 – [Clic aquí para ir al Anexo 4](#) que describe el procedimiento para trazar una red de flujo con un límite de nivel freático.

## 2.6 El “Oír-Ver-Hacer” de las redes de flujo

El filósofo chino Confucio (551 a. C. a 479 a. C.), afirmó: “Escucho (leo) y olvido. Veo y recuerdo. Lo hago y lo entiendo “. El "leer" entre paréntesis se ha agregado aquí para ajustarnos a nuestro mundo fuertemente basado en el texto 2500 años después de la época de Confucio. En resumen, su punto es que aprendemos más fácilmente cuando pasamos de leer sobre algo, a verlo y luego a hacerlo. Las secciones anteriores de este libro brindan la oportunidad de "escuchar" (leer).

Se proporciona una oportunidad para "ver" redes de flujo utilizando videos de flujo en una celda de Hele-Shaw. Como una red de flujo, la celda de Hele-Shaw representa una sección plana de un sistema de flujo. Una celda de Hele-Shaw consta de dos paredes

transparentes paralelas con un pequeño espacio entre ellas que se llena con un líquido viscoso que se mueve en respuesta a una diferencia de presión a lo largo de las placas. El patrón de flujo entre las paredes es equivalente al flujo de agua subterránea en un plano. El modelo de Hele-Shaw nos permite ver las líneas de flujo, pero no muestra las líneas equipotenciales, por lo que es necesario imaginarlas al ver el modelo de Hele-Shaw. Se puede acceder a los videos de flujo en una celda de Hele-Shaw a través de los enlaces en la Figura 14. El primer video, Figura 14a, ilustra el flujo en un sistema similar al que se muestra en el video provisto en la Figura 15 que ilustra el dibujo de un flujo neto. El segundo video, Figura 14b, es un sistema de flujo con recarga en la parte superior de una masa terrestre y descarga en ambos lados. El tercer video, Figura 14c, usa el mismo modelo que el segundo sistema, pero el lado izquierdo está bloqueado al principio, por lo que inicialmente todos los flujos salen por el lado derecho. A mitad del video 14c, el lado derecho se cierra y el lado izquierdo se abre para que se pueda observar el desplazamiento transitorio de las líneas de flujo.



**Figura 14** - Las celdas de Hele-Shaw muestran trayectorias de flujo para a) [Click para ver](#) ▶ flujo debajo de una presa, b) [Click para ver](#) ▶ flujo de recarga desde una cresta a un cuerpo de agua circundante, c) [Click para ver](#) ▶ flujo de recarga desde una cresta primero al lago a la derecha y luego al lago a la izquierda. (- Grabación en video de las simulaciones del modelo de Hele-Shaw en la Universidad de Hong Kong por J. Jiao y W.Z. Liang. Editado y narrado por Eileen Poeter.)

Otra oportunidad para "ver" redes de flujo es proporcionada por el video donde se dibuja con lápiz y papel una red de flujo, y al que se puede acceder a través del enlace proporcionado en la Figura 15. El video brinda la oportunidad de ver que dibujar una red de flujo es un proceso de prueba y error, por lo que es útil tener un borrador disponible.

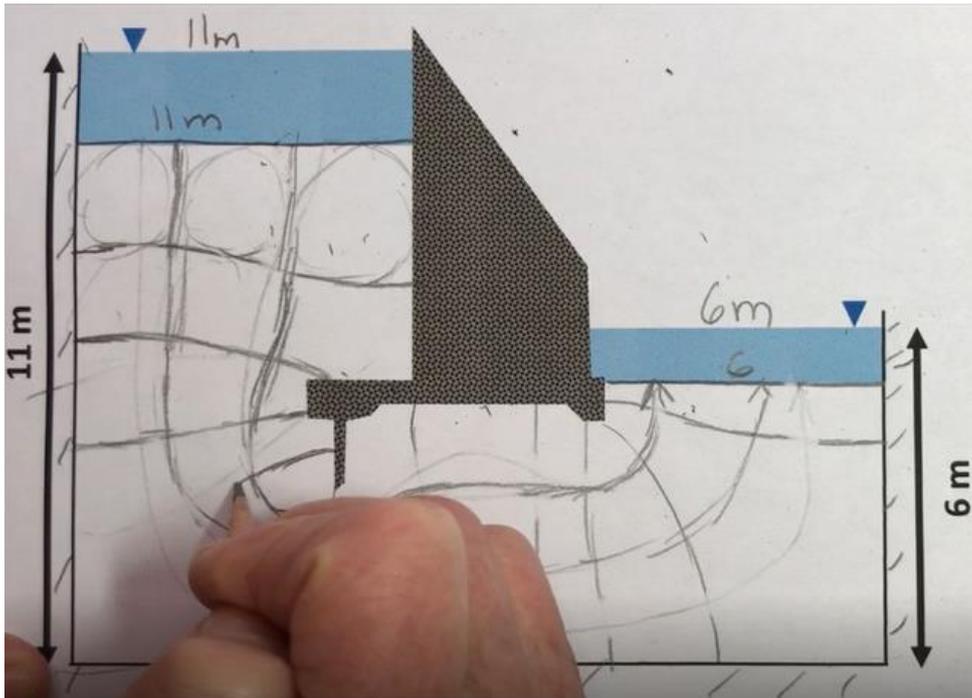


Figura 15 - [Click para ver](#) un video que ilustra el dibujo de una red de flujo.

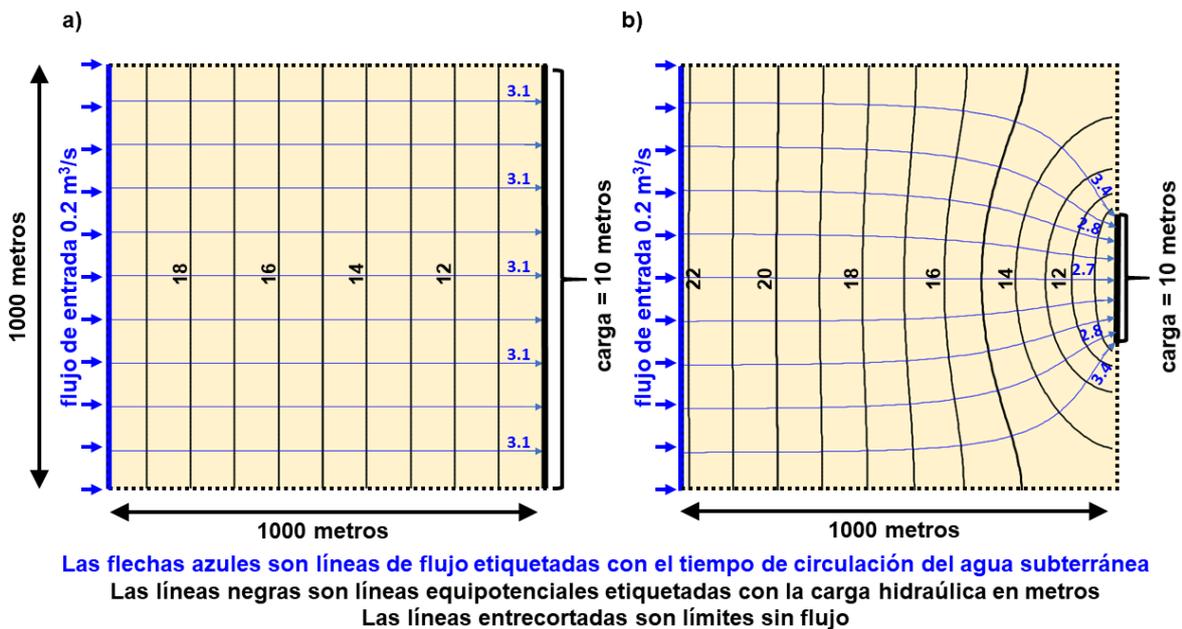
Como indicó Confucio, el aprendizaje mejora cuando "hacemos". Por lo tanto, es útil dibujar redes de flujo cuando se intenta comprender el flujo de agua subterránea. Dibujar activamente redes de flujo llama la atención sobre aspectos del sistema de flujo que pueden no estar claros para aquellos que son nuevos en el estudio del agua subterránea, por lo que el acto de dibujar puede aclarar los conceptos de agua subterránea. Los ejercicios de la Sección 3 brindan la oportunidad de dibujar algunas redes de flujo y luego ver una red de flujo terminada.

## 2.7 Las redes de flujo proveen información sobre el flujo del agua subterránea

Ahora, todos pueden imaginarse la descarga de agua a una velocidad determinada desde una manguera abierta, y saben que, si el orificio en la abertura de la manguera se reduce de tamaño al cubrir parte de él con un dedo, se producirá un chorro de agua a alta velocidad porque la tasa de descarga sigue siendo la misma, por lo que la velocidad aumenta. Este concepto intuitivo de la conservación de masa se aplica a la interpretación de tubos de corriente. Al igual que la manguera de la analogía, el tubo de corriente tiene un caudal volumétrico constante. Si un tubo de corriente se vuelve más estrecho, la descarga específica (caudal volumétrico dividido por el área de flujo) debe aumentar. Para un material homogéneo, la Ley de Darcy dice que un aumento en el gradiente hidráulico debe acompañar a un aumento en la descarga específica. Por lo tanto, en un material homogéneo, donde un tubo de corriente se vuelve más estrecho, las líneas equipotenciales

deben estar más juntas. Si la porosidad efectiva es uniforme, una descarga específica más alta también implica una velocidad de flujo de agua subterránea más alta.

Los conceptos anteriores se ilustran con los dos sistemas de flujo en la Figura 16. En ambos sistemas, el acuífero confinado tiene 100 metros de espesor con la parte superior del acuífero a una elevación de 0 metros. La conductividad hidráulica es homogénea con un valor de 0,0002 m/s. El agua subterránea ingresa al acuífero por todo el lado izquierdo a un caudal volumétrico de 0,2 m<sup>3</sup>/s. El agua subterránea sale del acuífero por el lado derecho a través de una salida, donde la carga hidráulica es de 10 metros.



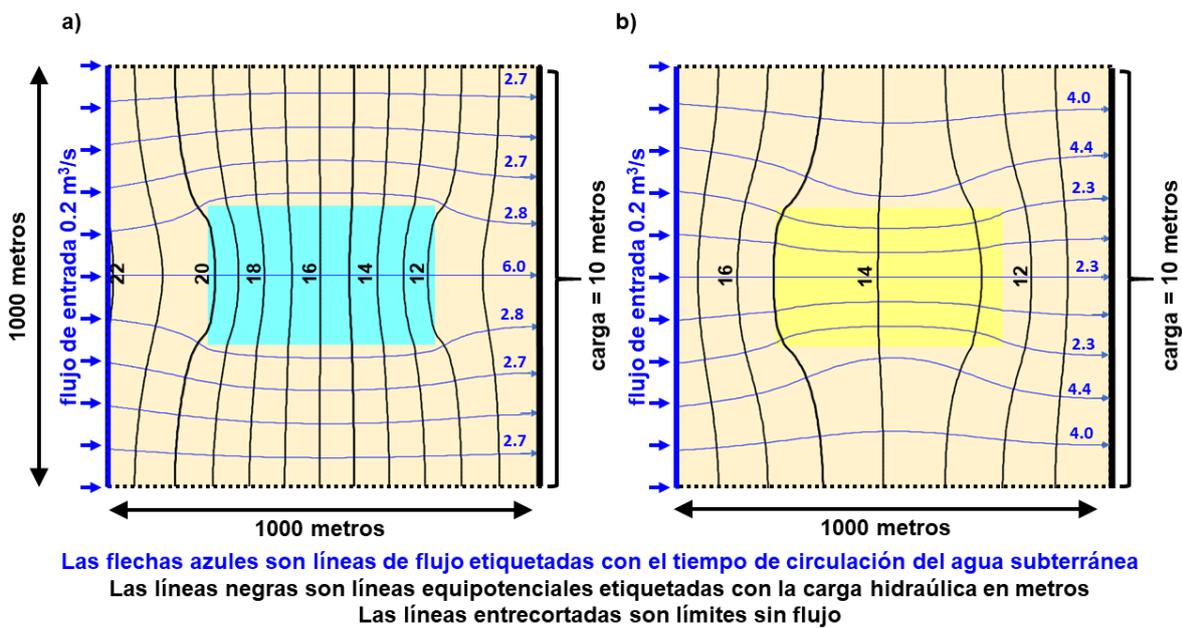
**Figura 16** - El agua subterránea se introduce a la misma tasa volumétrica en todo el lado izquierdo de ambos sistemas homogéneos a) y b), pero la salida de la derecha es más estrecha en el sistema que se muestra en b. Para que la misma tasa volumétrica fluya a través de la abertura estrecha en (b), los tubos de flujo deben ser más estrechos y el gradiente debe ser más alto que en (a). Esto da como resultado un aumento de la velocidad y la descarga específica (descarga específica dividida por la porosidad) cerca de la salida de (b). Los tiempos de viaje son ~ 3,1 años en el sistema (a) mientras que el tiempo de viaje es más corto para las líneas de flujo centrales en el sistema (b) (<3 años) y más largo para las líneas de flujo cerca de los límites (> 3 años).

En la Figura 16a, la salida se extiende por todo el lado derecho, lo que resulta en tubos de flujo rectos y uniformes. En la figura 16b, la salida está restringida a solo una parte del lado derecho. Para que el agua subterránea salga del acuífero, los tubos de flujo se estrechan cerca de la abertura de salida. El estrechamiento de los tubos de flujo va acompañado de un aumento del gradiente hidráulico (líneas equipotenciales más cercanas) de acuerdo con la Ley de Darcy. Los contornos de carga hidráulica van desde los 10 hasta los 21 metros y están etiquetados en negro.

El tiempo de viaje de un paquete de agua que atraviesa una línea de flujo se indica con números azules junto a las puntas de flecha de las líneas de flujo. El tiempo de viaje es de 3,1 años desde la entrada hasta la salida de todos los paquetes que atraviesan el sistema con un límite completamente abierto (Figura 16a). El mismo volumen de agua se fuerza a

través del sistema con la salida estrecha, pero en este caso las líneas de flujo centrales transportan paquetes de agua a través del sistema en un tiempo más corto ~2.7 años, mientras que los paquetes cerca de los límites viajan más lentamente, requiriendo 3.4 años para llegar a la salida (Figura 16b).

No se puede dibujar una red de flujo construida gráficamente para un sistema heterogéneo, por lo que se utiliza una simulación numérica de flujo para demostrar el impacto de una lente de conductividad hidráulica más baja y más alta en el sistema de la Figura 16a, como se muestra en la Figura 17. Como en la Figura 16, el mismo caudal volumétrico ingresa al acuífero por el lado izquierdo y sale del acuífero por el lado derecho. El caso heterogéneo tiene una zona de menor  $K$  dentro del acuífero en la Figura 17a y una zona de mayor  $K$  en la Figura 17b.



**Figura 17** - El agua subterránea se introduce a la misma tasa volumétrica en estos sistemas heterogéneos que en el sistema homogéneo que se muestra en la Figura 16. a) Dentro de la zona de baja  $K$ , los tubos de corriente son más anchos y el gradiente es más alto (las líneas equipotenciales están más juntas) que las del material circundante de mayor  $K$ . Los paquetes de agua requieren más tiempo para viajar a través de la zona de baja  $K$ . b) Dentro de la zona de alta  $K$ , los tubos de corriente son más estrechos y el gradiente es más bajo (las líneas equipotenciales están más separadas) que el material circundante de menor  $K$ . Los paquetes de agua requieren menos tiempo para viajar a través de la zona de alta  $K$ .

Los tubos de corriente transportan el mismo flujo volumétrico en todos los lugares a lo largo de su longitud, por lo que en el caso de la zona de baja  $K$  (Figura 17a): (1) los tubos de corriente se ensanchan al entrar en la zona de baja  $K$  y se estrechan al salir de la zona, y (2) las líneas equipotenciales están más juntas dentro de la zona de baja  $K$  que en el exterior. Ambos cambios están indicados por la Ley de Darcy porque un gradiente más alto y un área más grande sirven para transportar el mismo flujo volumétrico cuando el tubo de corriente ingresa a la zona de baja  $K$ . En general, el sistema con la zona de menor  $K$  requiere un gradiente general más alto para impulsar el mismo flujo volumétrico a través del acuífero (observe que las cargas en el lado izquierdo de la Figura 17a son más altas que

las de la Figura 16a). Los paquetes de agua requieren menos tiempo para viajar a través del sistema en la zona de  $K$  mayor que rodea al material de menor  $K$ . Esto se indica por el hecho de que el tiempo de viaje de un paquete de agua que atraviesa la línea de flujo central es más del doble del tiempo de viaje a lo largo de las líneas de flujo que pasan alrededor del material de menor  $K$  (6,0 años frente a 2,7 años). Es útil recordar que, en estos ejemplos, el mismo caudal se ve obligado a ingresar a los sistemas por su lado izquierdo. Si en lugar de flujo constante en el lado izquierdo, la carga se mantiene constante en el lado izquierdo, entonces el sistema de la Figura 17a tendrá un flujo volumétrico menor que el sistema de la Figura 16a, pero la forma de las líneas de flujo de la Figura 17a será similar con el flujo que diverge en el lado ascendente de la zona de baja  $K$  y converge en el lado descendente.

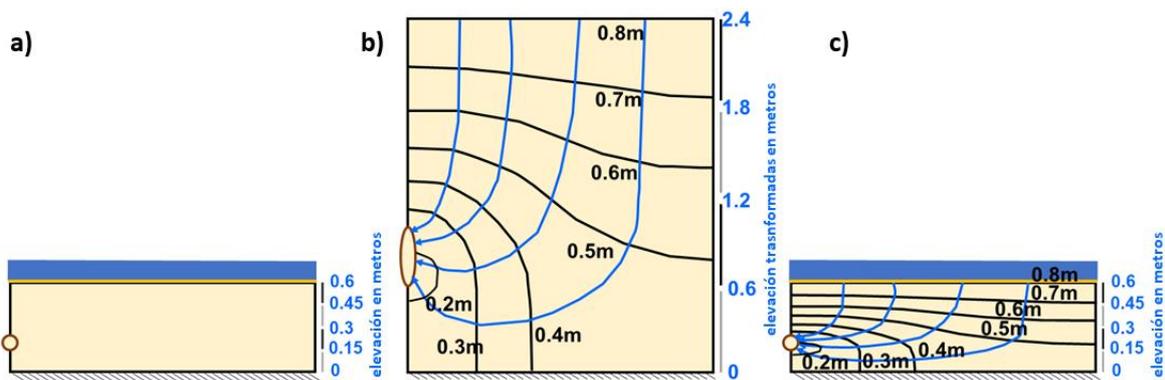
Los tubos de corriente llevan el mismo flujo volumétrico en todos los lugares a lo largo de su longitud, por lo que en el caso de la zona de  $K$  más alta (Figura 17b): (1) los tubos de corriente se estrechan cuando entran en la zona de  $K$  más alta y se ensanchan cuando salen de la zona, y (2) las líneas equipotenciales están más separadas dentro de la zona de alta  $K$  que en el exterior. Ambos cambios están indicados por la ley de Darcy porque un gradiente más bajo y un área más pequeña sirven para transportar el mismo flujo volumétrico cuando el tubo de corriente entra en la zona de mayor  $K$ . En general, el sistema con la zona de  $K$  más alta requiere un gradiente más bajo para impulsar el mismo flujo volumétrico a través del acuífero (observe que las cabezas en el lado izquierdo de la Figura 17b son más bajas que las de la Figura 16a). Los paquetes de agua requieren más tiempo para atravesar el sistema en la zona de menor  $K$  que rodea al material de  $K$  más alto, mientras que los paquetes de agua requieren menos tiempo para atravesar el sistema a lo largo de la línea de flujo central a través del material de  $K$  alta. Esto se indica porque el tiempo de viaje de un paquete de agua que atraviesa la línea de flujo central es aproximadamente la mitad del tiempo de viaje a lo largo de las líneas de flujo que pasan alrededor del material de mayor  $K$  (2,3 años frente a 4,4 años). Es útil recordar que, en estos ejemplos, el mismo volumen de agua se ve obligado a ingresar a los sistemas por su lado izquierdo. Si en lugar de un flujo constante en el lado izquierdo, la carga se mantiene constante en el lado izquierdo, entonces el sistema de la Figura 17b tendrá un flujo volumétrico más alto que el sistema de la Figura 16a, pero la forma de las líneas de flujo de la Figura 17b lo hará. Ser similar con el flujo que converge en el lado actualizado de la zona de alta  $K$  y diverge en el lado descendente.

## 2.8 Dibujar una red de flujo para un sistema con conductividad hidráulica anisotrópica

En un sistema anisotrópico, la conductividad hidráulica cambia con la dirección. Este es especialmente el caso de las cuencas de agua subterránea compuestas por capas de rocas sedimentarias de diferente conductividad hidráulica. En tales materiales estratificados es que el flujo de agua subterránea es aproximadamente paralelo a las capas

y fluye preferentemente a través de aquellas de conductividad hidráulica más alta donde encuentra menos resistencia al flujo que en la dirección vertical, y donde debe moverse a través de capas de conductividad hidráulica alta y baja. En materiales estratificados de diferente conductividad hidráulica, la conductividad hidráulica equivalente perpendicular a las capas es menor que la conductividad hidráulica paralela a las capas. Esto se discute en otro libro de [The Groundwater Project](#) (Woessner y Poeter, 2020) donde se proporciona el procedimiento para calcular la conductividad hidráulica equivalente para las direcciones paralela y perpendicular.

La construcción gráfica de una red de flujo debe realizarse en un material isotrópico. Sin embargo, la red de flujo se puede obtener para un material anisotrópico ejecutando los siguientes pasos: 1) transformar la geometría del sistema en un sistema isotrópico equivalente; 2) dibujar la red de flujo para el sistema isotrópico; y, 3) transformar la red de flujo de nuevo a la geometría del sistema anisotrópico. Para un sistema anisotrópico resultante de capas horizontales, la transformación geométrica consiste en escalar el eje vertical  $z$  por un factor de la raíz cuadrada de  $K_x/K_z$ , como se muestra en la Figura 18a y b, o escalar el eje horizontal  $x$  por un factor de la raíz cuadrada de  $K_x/K_z$ . Se puede acceder al procedimiento paso a paso para dibujar una red de flujo en un sistema con conductividad hidráulica anisotrópica a través del enlace al Anexo 5 que se proporciona en la Figura 18. La transformación se puede usar tanto para una red de flujo transversal como en planta. En un sistema anisotrópico, las líneas de flujo y las líneas equipotenciales no forman ángulos rectos entre sí, como se muestra en la Figura 18c.



**Figura 18** - [Clic para ver el Anexo 5](#) para el proceso paso a paso de dibujar redes de flujo de agua subterránea en sistemas anisotrópicos. Dibujando una red de flujo anisotrópico: a) Geometría del sistema de flujo; b) Sistema de flujo transformado con red de flujo dibujado para condiciones isotrópicas; c) Sistema de flujo devuelto a geometría sin transformar con red de flujo para condiciones anisotrópicas.

## 2.9 Crear e investigar sistemas de flujo controlados por la topografía

Se puede utilizar una herramienta de software llamada "TopoDrive" para crear y simular sistemas de flujo controlados topográficamente. El sistema de flujo es una sección transversal vertical con límites sin flujo en los lados izquierdo, derecho e inferior. El límite superior es el nivel freático y lo especifica el usuario. Este sistema de flujo es diferente de los sistemas de flujo encontrados anteriormente en el libro de dos maneras. Primero, en el

caso de flujo debajo de una presa impermeable (Sección 2.3, Figura 11), la carga es uniforme a lo largo del fondo del reservorio aguas arriba (10 m) y el reservorio aguas abajo (6 m). Por el contrario, en el sistema de flujo controlado topográficamente, la carga a lo largo del nivel freático es igual a la elevación del nivel freático y, por lo tanto, puede variar a lo largo del límite (a menos que el nivel freático sea plano). En segundo lugar, en el caso de flujo en un sistema no confinado con una capa freática (Sección 2.5, Anexo 4), la posición de la capa freática es inicialmente desconocida y se determina mientras se construye la red de flujo. Aquí, en el sistema de flujo controlado topográficamente, se especifica la posición del nivel freático. Especificada la elevación del nivel freático, para satisfacer la Ley de Darcy y conservar la masa, el agua debe fluir a través del límite del nivel freático hacia dentro o fuera del sistema.

El software TopoDrive utiliza un modelo numérico para resolver las ecuaciones de flujo de agua subterránea, luego dibuja líneas equipotenciales en un intervalo de contorno constante en todo el sistema. Una vez que se dibujan las líneas equipotenciales, seleccione un punto(s) desde el cual desea que el programa trace las líneas de flujo. Debido a que las líneas de flujo se trazan desde puntos de partida arbitrarios seleccionados por el usuario, es poco probable que los tubos de corriente lleven la misma descarga de agua subterránea.

En la Figura 19 se proporciona enlace a un video que demuestra el uso de TopoDrive. Para obtener instrucciones escritas sobre el uso de TopoDrive, [haga clic para ver el Anexo 6](#) ↓. Se puede acceder a la versión en línea de TopoDrive <http://tdpfonline.net> ↗, donde los lectores pueden crear sus propios sistemas de flujo.

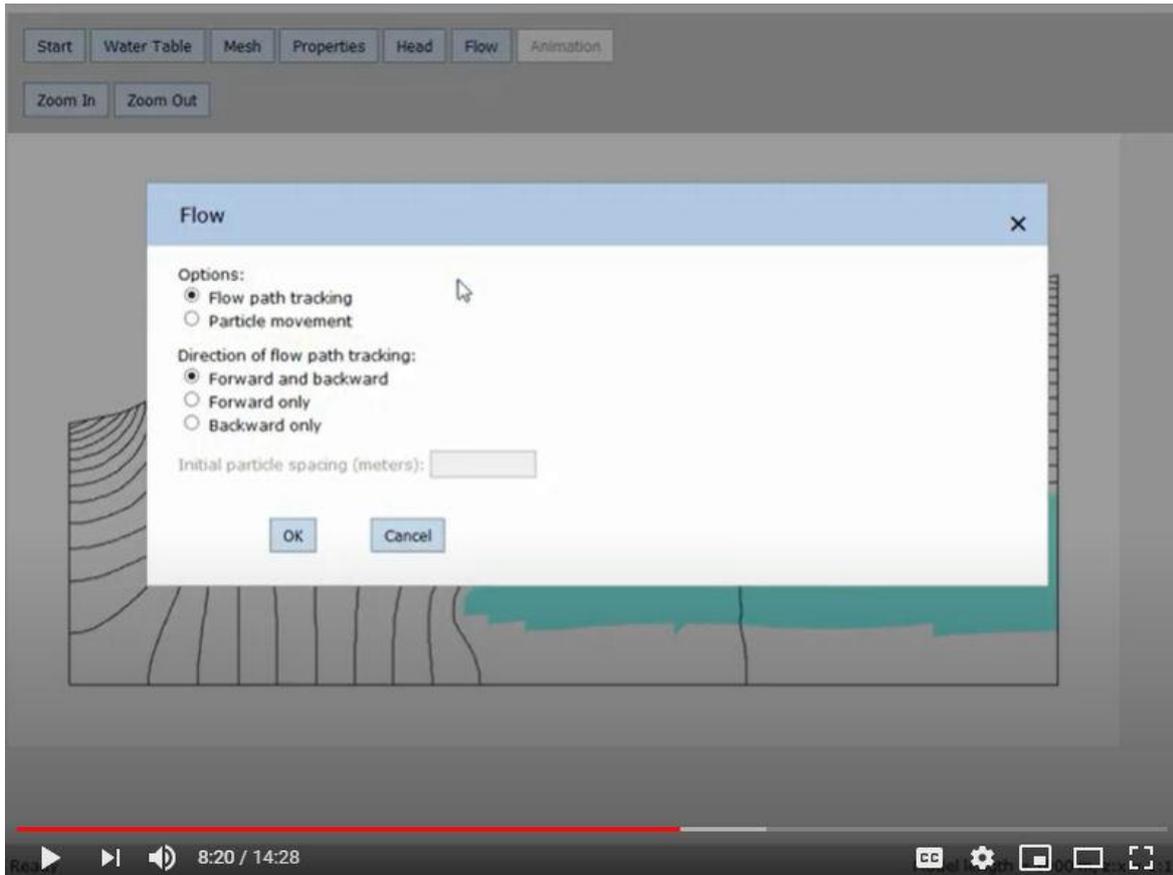


Figura 19 - [Clic aquí para ver el video demostrativo del uso del software TopoDrive](#) 

El software TopoDrive fue creado por Hsieh (2001) y actualizado por Hsieh (2020) para funcionar en navegadores web modernos. Una vez que uno aprende a usar TopoDrive, el mejor uso de este es para verificar la intuición personal sobre el sistema de agua subterránea. Para hacer eso, cree un sistema usando las instrucciones provistas en el Anexo 6, y antes de hacer clic en el botón "Head" que dibujará las líneas equipotenciales, desarrolle una imagen mental (o bosquejada a mano) de la apariencia general de las líneas equipotenciales, luego haga clic en el botón "Head" para ver la solución. Si la distribución de la carga es muy diferente de lo que imaginó, considere por qué su intuición difiere de la solución correcta para que pueda trabajar para mejorar su intuición. De manera similar, antes de hacer clic en un punto para iniciar el seguimiento de la ruta del flujo, intente visualizar donde irá la ruta del flujo, luego haga clic en el punto para ver la solución. Nuevamente, si la ruta del flujo es muy diferente de lo que imaginó, considere por qué su intuición difiere de la solución correcta. En resumen, en lugar de utilizar el software para obtener una solución, utilice el software para evaluar y mejorar su intuición de los sistemas de flujo de agua subterránea.

## 2.10 Resumen

La red de flujo consta de un conjunto de líneas equipotenciales, que ilustran la distribución de la carga hidráulica en el sistema, y un conjunto de líneas de flujo, que ilustran las trayectorias del flujo de agua subterránea a través del sistema. Para la construcción de una red de flujo, el sistema debe estar en estado estacionario y bidimensional, ya sea para una sección vertical transversal o en un plano horizontal (sin una recarga distribuida en el área). Una red de flujo se puede construir gráficamente con lápiz y papel de acuerdo con los criterios delineados en este libro, o se puede generar numéricamente usando un modelo de computadora. En ambos casos, el conjunto resultante de líneas equipotenciales y líneas de flujo satisfacen la ecuación de flujo de agua subterránea.

La construcción gráfica de redes de flujo se limita a sistemas de conductividad hidráulica homogénea e isotrópica. Ciertos tipos de anisotropía pueden manejarse mediante una transformación geométrica del sistema a un equivalente isotrópico. La construcción gráfica requiere que las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se dibujen para que se crucen entre sí en ángulos rectos, y que los dos conjuntos de líneas que se cruzan creen formas con relaciones de aspecto constantes, preferiblemente cuadrados curvilíneos para facilitar el mantenimiento de una relación constante y usar la Ecuación 2 para calcular el flujo a través del sistema. Cuando se satisfacen estos requisitos, las líneas equipotenciales tienen incrementos uniformes (intervalo de contorno) de una línea a la siguiente, y todos los tubos de corriente llevan el mismo caudal volumétrico. La excepción es un tubo de corriente parcial (o fraccional), que puede ocurrir en algunas circunstancias en el borde de un dominio de flujo. Si se conoce la conductividad hidráulica, se puede calcular el caudal volumétrico a través del sistema de flujo.

Cuando el flujo de agua subterránea se simula mediante modelos numéricos por computadora, las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se utilizan principalmente para mostrar los resultados del modelo en lugar de calcular los caudales, lo que ya ha sido realizado por el modelo. Por lo tanto, existe una mayor flexibilidad para dibujar líneas equipotenciales y líneas de flujo. Por ejemplo, las líneas equipotenciales pueden tener incrementos irregulares y los tubos de corriente pueden tener diferentes caudales. No obstante, las líneas equipotenciales y las líneas de flujo satisfacen la ecuación de flujo de agua subterránea y, por lo tanto, juntas, constituyen una red de flujo.

Las redes de flujo se pueden utilizar para comprender algunas características básicas del flujo de agua subterránea. Por ejemplo, si un tubo de corriente se vuelve más estrecho, el principio de conservación de masa requiere que aumente la descarga específica en el tubo de corriente. Además, de acuerdo con la Ley de Darcy, una descarga específica más alta indica un gradiente hidráulico más alto si la conductividad hidráulica es homogénea. Por lo tanto, el estrechamiento de un tubo de corriente (líneas de flujo

convergentes) en una configuración de conductividad hidráulica homogénea se asocia con líneas equipotenciales que se acercan entre sí.

La red de flujo para un campo de flujo homogéneo se verá distorsionada por la presencia de una zona de diferente conductividad hidráulica. Si la zona tiene una conductividad más baja, el tubo de corriente se ensancha a medida que entra en la zona y se vuelve más estrecho a medida que sale de la zona; y las líneas equipotenciales están más cerca entre sí dentro de la zona. Lo contrario ocurre cuando la zona tiene una conductividad hidráulica más alta, donde un tubo de corriente se vuelve más estrecho al ingresar a la zona y más ancho al salir de la zona; y las líneas equipotenciales están más espaciadas dentro de la zona.

En sistemas anisotrópicos (pero homogéneos), las líneas de flujo no se encuentran con las líneas equipotenciales en ángulos rectos como es el caso en los sistemas isotrópicos, pero la transformación de la geometría del sistema permite la construcción gráfica de una red de flujo, que luego se puede transformar de nuevo a la geometría original para ilustrar las trayectorias de flujo.

### Nota sobre los Sistemas Transitorios de Aguas Subterráneas

Para sistemas transitorios, una red de flujo formal no se puede dibujar de la misma manera que fue presentada en este libro para los sistemas en estado constante. Sin embargo, las líneas equipotenciales pueden ser dibujadas para un sistema de flujo en un momento dado, la variación del sistema de flujo a través del tiempo hace imposible dibujar los tubos de corriente que representen un caudal constante a través del tubo. En consecuencia, para visualizar el flujo de los sistemas transitorios, las líneas equipotenciales se pueden dibujar en cualquier momento de la evolución transitoria del sistema y los vectores de velocidad se pueden dibujar en el mapa de líneas equipotenciales para indicar la dirección y la magnitud del flujo en varias ubicaciones de los sistemas para capturar los patrones de flujo en ese momento dado.

### 3 Ejercicios

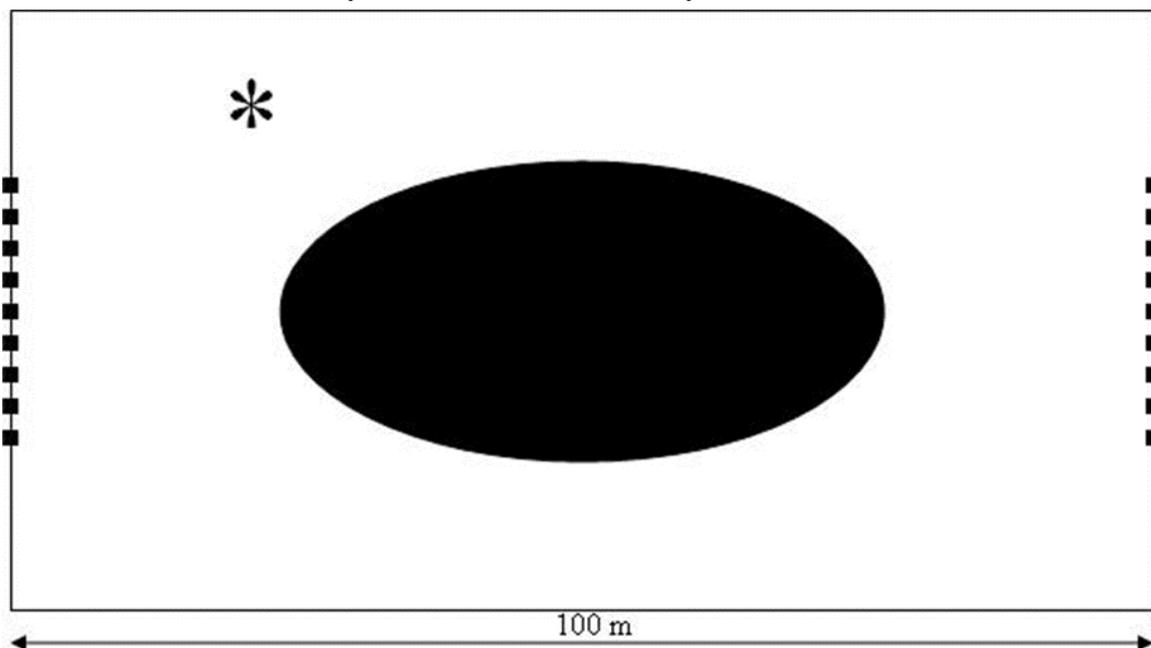
**Ejercicio 1)** Un filtro de arena tiene su base a 0 metros y 10 metros de altura. A continuación, se muestra una vista en planta del diagrama a escala del mismo. Estas características son las mismas en todos los cortes horizontales. Hay un pilar impermeable en el centro del filtro. Los embalses de la izquierda y la derecha están separados de la arena por una pantalla que solo cruza una parte de la pared del embalse. La carga hidráulica en el depósito de entrada de la izquierda es de 20 m y el depósito de salida de la derecha es de 12 m. La conductividad hidráulica de la arena es:  $K=1 \times 10^{-3}$  m/s.

Dibujar y etiquetar una red de flujo.

Calcule la descarga a través del sistema usando unidades de metros cúbicos y segundos.

¿Cuál es la carga hidráulica en metros en la ubicación del \* en la parte superior del tanque?

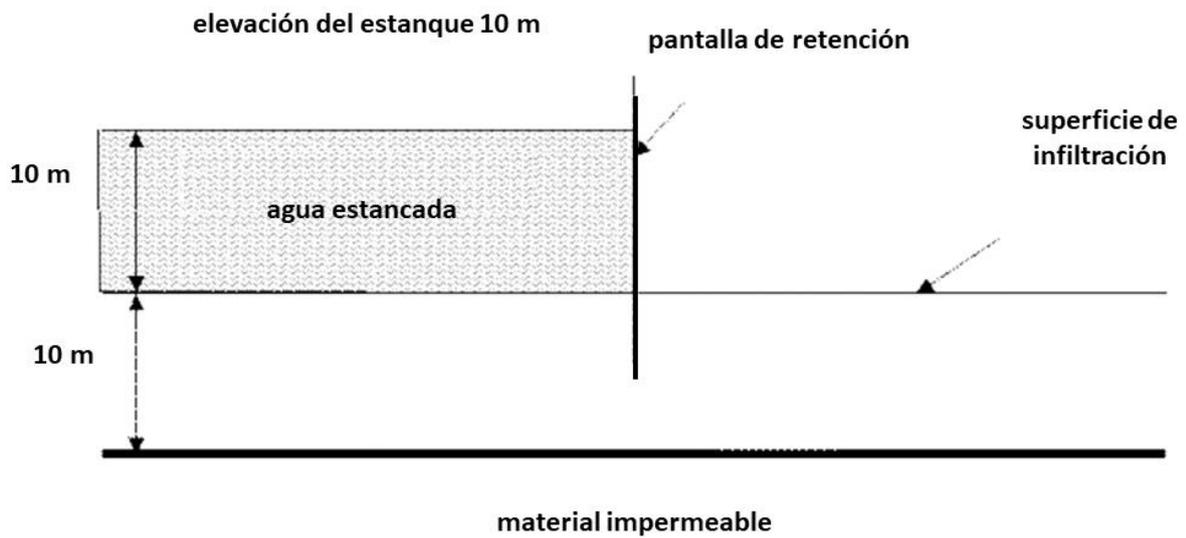
¿Cuál es la altura de presión en metros en ese lugar?



[Clic aquí para la solución del ejercicio 1](#) ↓

**Ejercicio 2)** Una pantalla impermeable se clava 5 m en el suelo y se extiende 22 m en la dirección perpendicular a la figura de abajo. La pantalla acumula 10 m de agua estancada a la izquierda. Suponga que el agua acumulada puede filtrarse a través del material subyacente con una conductividad hidráulica de 2 m/d para descargarse en la superficie del suelo a la derecha de la pantalla.

¿Cuál es el caudal volumétrico debajo de la pantalla?

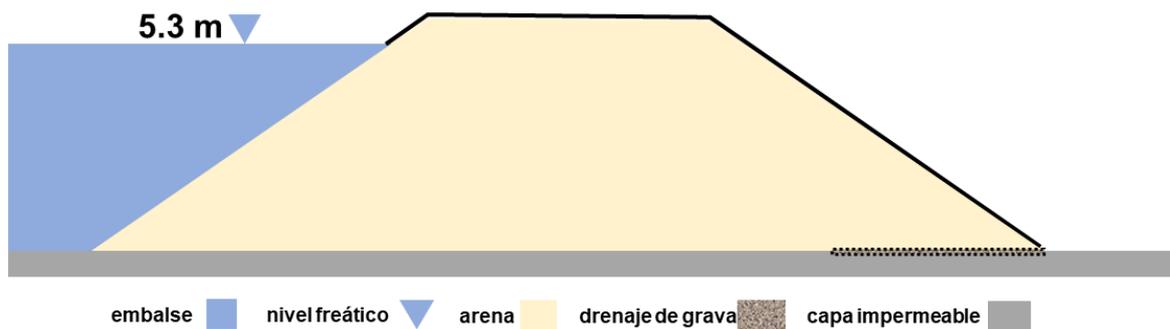


[Clic aquí para la solución del ejercicio 2](#) ↴

**Ejercicio 3)** Un dique de tierra retiene agua como se muestra en el diagrama a continuación. El material tiene una conductividad hidráulica de 0,2 m/d y descansa sobre un lecho impermeable. La presa se extiende 28 m en la dirección perpendicular al diagrama y está cubierta con material impermeable de manera que se evita que el agua se infiltre en la superficie de la presa. El embalse aguas arriba tiene una elevación de 5.3 m. El drenaje de grava está encajado en la parte superior del lecho impermeable a la derecha de la presa.

Dibuje y etiquete la red de flujo del sistema.

Calcule la descarga a través del sistema usando unidades de metros cúbicos y segundos.

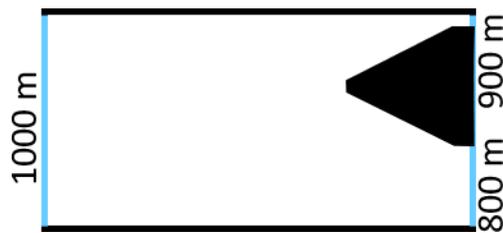


[Clic aquí para la solución del ejercicio 3](#) ↴

**Ejercicio 4)** Una porción de un acuífero anisotrópico ( $K_x = 225$  m/d y  $K_y = 9$  m/d), de 100 m de espesor, se muestra en planta en el diagrama a continuación. El área tiene 281 km de largo y 144 km de ancho, y está restringida por límites impermeables al norte y al sur. Un material impermeable atraviesa el acuífero como se muestra en la zona negra. La carga se mide a 1000 m en el límite oeste, 900 m en el límite noreste y 800 m en el límite sureste.

Dibuje y etiquete una red de flujo del sistema.

Calcule la descarga a través del sistema usando unidades de metros cúbicos y segundos.



[Clic aquí para la solución del ejercicio 4](#) ↴

## 4 Referencias

Hsieh, P.A., 2001, TopoDrive and ParticleFlow —Two Computer Models for Simulation and Visualization of Ground-Water Flow and Transport of Fluid Particles in Two Dimensions. U.S. Geological Survey Open File Report 01-286, 30 páginas.

Hsieh, P.A., 2020, TopoDrive and ParticleFlow online version, sitio web disponible en <https://tdpfonline.net>.

Woessner, W. and E. Poeter, 2020, Hydrogeologic Properties of Earth Materials and Principles of Groundwater Flow. The Groundwater Project, Guelph, Ontario, Canadá, sitio web disponible en <https://gw-project.org/books/hydrogeologic-properties-of-earth-materials-and-principles-of-groundwater-flow/>.

## 5 Anexos

### Anexo 1 – Revisión de la carga hidráulica

La energía mecánica es la principal fuerza que impulsa del flujo de agua subterránea. En otras palabras, el agua subterránea fluye desde lugares de mayor a menor energía mecánica. En algunos lugares, el flujo es impulsado por diferencias térmicas o químicas. Sin embargo, en muchos casos estas situaciones no son importantes cuando se dibuja una red de flujo en un sistema de agua subterránea poco profunda. La energía es la fuerza multiplicada por la distancia. Sin embargo, para la evaluación del agua subterránea es conveniente expresar la energía en términos de carga hidráulica, definida como la energía mecánica por unidad de peso de agua. La carga hidráulica ( $h$ ) se constituye por dos componentes: la energía potencial de la elevación del agua en el campo gravitacional y energía de la distribución de la presión del fluido. Para tener la misma dimensión que la elevación (es decir, longitud), reemplazamos la presión por carga de presión, que es la presión dividida por el producto de la densidad del agua y la aceleración de la gravedad. La carga de presión es la altura de una columna de agua necesaria para provocar una presión determinada. Por ejemplo, una columna de agua de un metro de altura producirá una presión de aproximadamente 9800 pascales, o 1,4 libras por pulgada cuadrada. Por lo tanto, una carga de presión de 1 metro equivale a una presión de 9800 pascales.

La carga hidráulica en un sistema de agua subterránea es la suma de la elevación y la carga de presión como se muestra en la Ecuación Anexo 1-1.

$$h = z + \frac{p}{\rho g} = z + \psi \quad (\text{Anexo 1-1})$$

donde:

$h$  = carga hidráulica en un punto de un sistema de agua subterránea (L)

$z$  = elevación del punto (L)

$p$  = presión en el punto ( $F/L^2$ , Fuerza/Área)

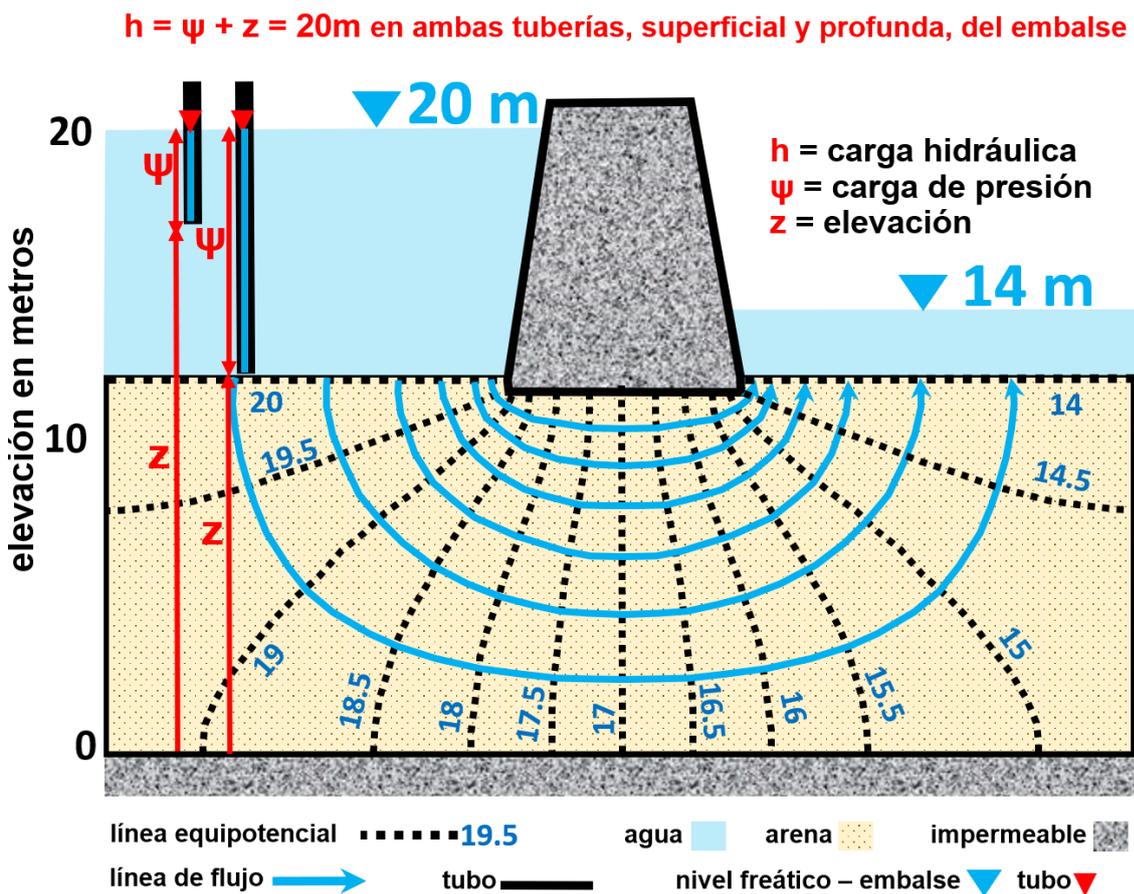
$\psi$  =  $p/\rho g$  es carga o altura de presión (L)

$\rho$  = densidad del agua ( $M/L^3$ )

$g$  = aceleración de la gravedad ( $L/T^2$ )

Los componentes de la carga hidráulica en un cuerpo de agua abierto se ilustran en la Figura Anexo 1. El nivel del mar se usa a menudo como datum. En estas figuras, la superficie del lecho rocoso horizontal se utiliza como datum. Para una tubería hueca que está abierta en ambos extremos, como lo indican las líneas verticales paralelas sólidas en la Figura Anexo 1-1, la carga hidráulica se mide en la parte inferior de la tubería. La elevación

del punto de medición,  $z$ , es la elevación del fondo de la tubería por encima del datum; la carga de presión,  $\psi$ , es la altura de la columna de agua en la tubería por encima del punto de medición; y, la carga hidráulica,  $h$ , en el punto de medición es la suma de la elevación y la carga de presión. La suma de la altura y la carga de presión es igual a la elevación del nivel del agua en la tubería. La Figura Anexo 1-1 muestra  $z$ ,  $\psi$  y  $h$  para tuberías profundas y someras en una masa de agua estática. Si un embalse está en condiciones hidrostáticas, lo que significa que el agua está inmóvil. En tal situación, la carga hidráulica es la misma en todos los lugares del depósito. Uno podría observar esto colocando un tubo en una bañera y notando que la elevación del agua en el tubo es la misma sin importar donde esté ubicado el tubo.



**Figura Anexo 1-1** - Esquema que ilustra los componentes de carga hidráulica en un cuerpo de agua abierto aguas arriba de una presa de hormigón. La carga hidráulica es igual en todos los lugares dentro de un cuerpo de agua estático.

En un sistema de agua subterránea debajo de una presa con embalses a diferentes alturas, el agua subterránea está en movimiento. Fluye desde el embalse superior al inferior a través del material poroso debajo de la presa. La Figura Anexo 1-2 muestra  $z$ ,  $\psi$  y  $h$  para tuberías huecas (pozos de monitoreo) en un sistema de agua subterránea. Nuevamente, el nivel del agua en cada pozo indica la carga hidráulica en la ubicación del fondo de la tubería. Debido a que el agua subterránea fluye de una región de mayor carga a una región

de menor carga, el flujo es del lado izquierdo de la figura al lado derecho. La carga se “pierde” cuando el agua fluye a través de un medio poroso porque la energía mecánica se convierte en energía térmica, pero el cambio de temperatura es demasiado pequeño para medirlo. A medida que el agua fluye desde el depósito superior hasta el primer piezómetro de la izquierda, se pierde 1 m de altura. Se pierden 4 m adicionales de altura cuando el agua llega a la ubicación del piezómetro a la derecha.

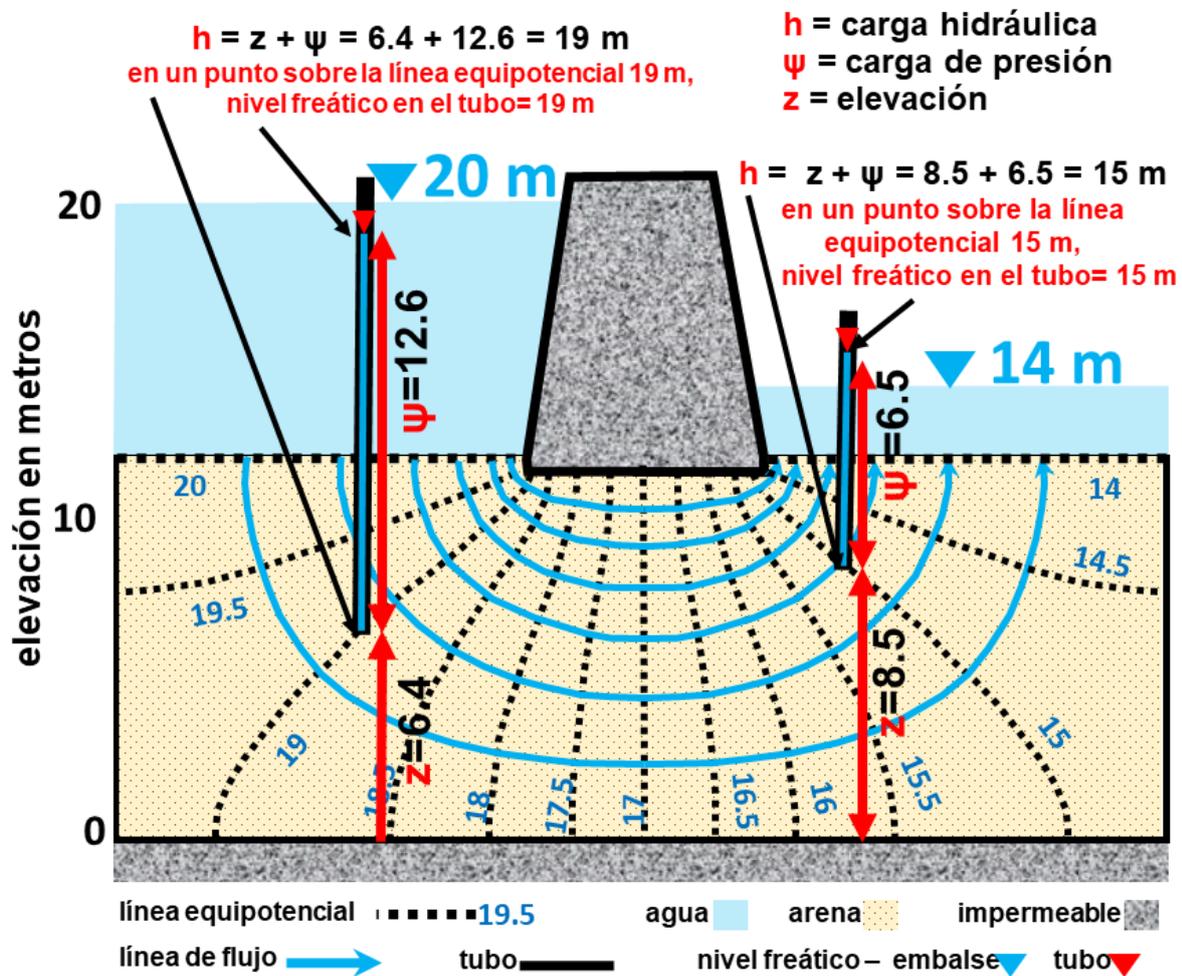


Figura Anexo 1-2 - Esquema que ilustra los componentes de la carga hidráulica en el sistema de agua subterránea para el flujo debajo de una presa de hormigón.

[Regresar a donde el texto se enlaza con Anexo 1](#)

## Anexo 2 – Revisión de la Ley de Darcy

La Ley de Darcy (Ecuación Anexo 2-1) establece que el caudal volumétrico (descarga) de agua subterránea en un material poroso es 1) directamente proporcional a la diferencia de carga hidráulica entre dos ubicaciones, 2) indirectamente proporcional a la longitud de la trayectoria del flujo entre esas ubicaciones, y 3) directamente proporcional al área a través de la cual ocurre el flujo. La proporcionalidad se convierte en una ecuación exacta al incluir una constante de proporcionalidad, en este caso, la conductividad hidráulica. La Ley de Darcy se ilustra en la Figura Anexo 2-1. La Ley de Darcy dicta que las cargas descenderán linealmente en un material homogéneo con un área de flujo uniforme como se muestra en la Figura Anexo 2-2.

$$Q = \text{conductividad hidráulica} \frac{\text{diferencia en la carga}}{\text{distancia entre cargas}} \text{área} = KiA \quad (\text{Anexo 2-1})$$

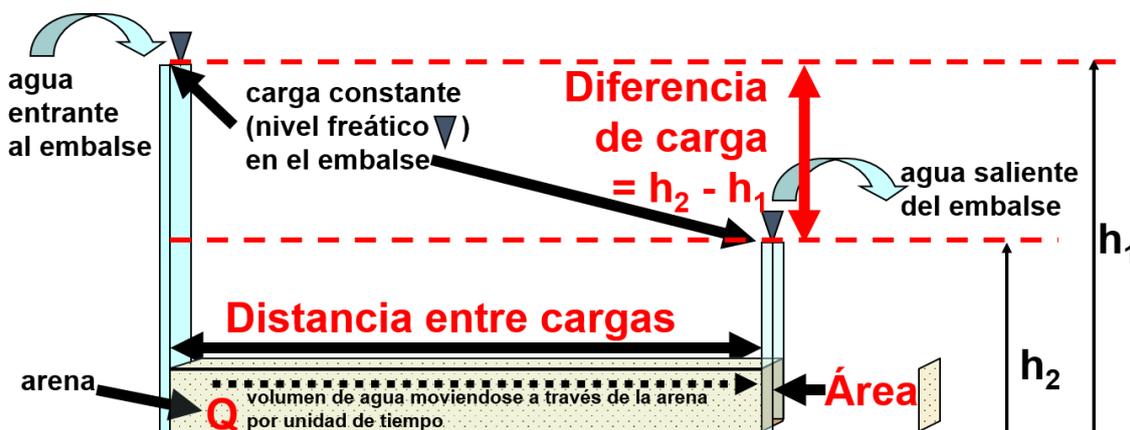
donde:

$Q$  = caudal volumétrico ( $L^3/T$ )

$K$  = conductividad hidráulica del medio poroso ( $L/T$ )

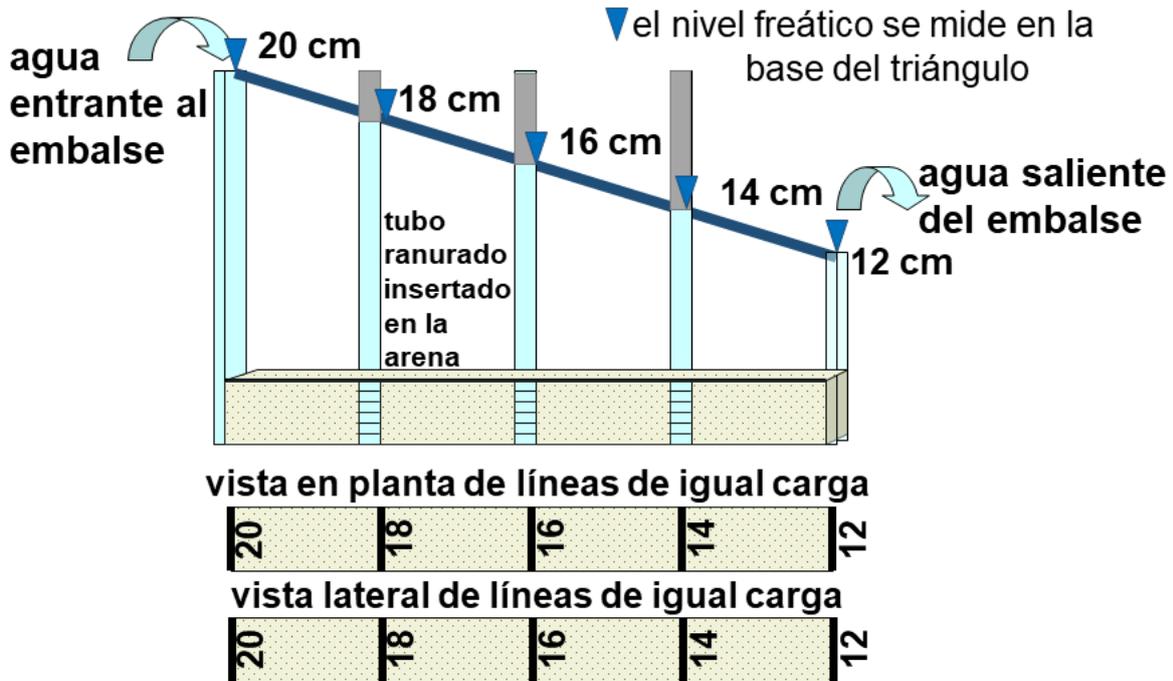
$i$  = gradiente hidráulica en la dirección de flujo, la cuál es  $h_2 - h_1$  de la Figura Anexo 2-1 dividida por la distancia entre las cargas (adimensional  $L/L$ )

$A$  = área perpendicular a la dirección de flujo ( $L^2$ )



$$Q = -K \frac{\text{diferencia en la carga hidráulica}}{\text{distancia entre las cargas hidráulicas}} \text{área} = KiA$$

Figura Anexo 2-1 - Parámetros ilustrados de la ley de Darcy.



**Figura Anexo 2-2** - Según la Ley de Darcy, la carga hidráulica declina linealmente en un material homogéneo con un área de flujo constante.

La descarga específica es la descarga (caudal volumétrico) dividida por el área de flujo como se muestra en la Ecuación Anexo 2-2. Y, debido a que la dimensión de la descarga específica es la longitud sobre tiempo ( $L / T$ ), como la dimensión de la velocidad, la descarga específica es también conocida como velocidad de Darcy. Sin embargo, este término puede resultar confuso porque no se refiere a la velocidad real del agua subterránea (Figura Anexo 2-3a). Por lo tanto, descarga específica, no velocidad de Darcy, es la terminología preferida utilizada en este libro.

$$q = \frac{Q}{A} \quad \text{también se puede determinar como} \quad q = Ki \quad (\text{Anexo 2-2})$$

donde:

$$q = \text{descarga específica (L/T)}$$

A escala microscópica, los movimientos detallados y las velocidades del flujo de agua subterránea por el espacio vacío entre los granos sólidos son demasiado complejos y esencialmente imposibles de describir con precisión. Sin embargo, la Ley de Darcy y la hidrogeología se ocupan del flujo a escala macroscópica, que ignora los complejos giros y vueltas del flujo a escala microscópica. En la escala macroscópica (la escala a la que se aplica la Ley de Darcy), podemos definir una "velocidad lineal promedio del agua subterránea" como la descarga específica dividida por la porosidad efectiva, como se muestra en la Ecuación Anexo 2-3. La porosidad efectiva es el volumen de vacíos que contiene agua en movimiento dividido por el volumen total de vacíos (el volumen combinado de espacio vacío que contiene agua en movimiento y granos sólidos), como se muestra en la Figura

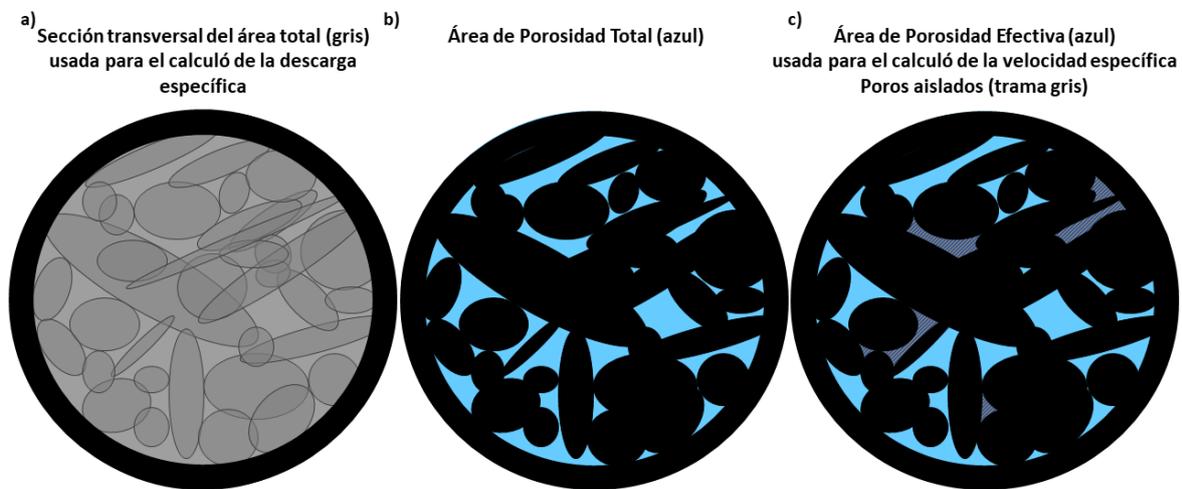
Anexo 2-3c. El término "lineal" se refiere a la conceptualización de que el agua viaja en una trayectoria directa entre dos puntos en la dirección del gradiente máximo. El término "promedio", sin embargo, no se refiere al promedio de las velocidades a escala microscópica. En cambio, es mejor pensar que "promedio" significa "macroscópico". Para evitar escribir todo el término "velocidad lineal promedio del agua subterránea, se usa la forma más corta," velocidad del agua subterránea ", en el resto de este anexo.

$$\bar{v} = \frac{q}{n_e} = \frac{Q}{An_e} \tag{Anexo 2-3}$$

donde:

$\bar{v}$  = velocidad lineal promedio del agua subterránea (L/T)

$n_e$  = porosidad efectiva, que es el cociente del volumen del espacio poroso interconectado y el volumen total del material (adimensional)



**Figura Anexo 2-3** - Áreas utilizadas para calcular la descarga específica y la velocidad lineal promedio: (a) la descarga específica se define como el caudal volumétrico dividido por el área de la sección transversal total (mostrada en gris); b) la porosidad incluye todos los espacios porosos como se muestra en azul; c) la velocidad lineal promedio es más alta que la descarga específica porque solo representa el área de flujo de agua subterránea a través de espacios porosos conectados sin tomar en consideración los que no tienen salida (área azul).

Al considerar el tiempo de viaje del agua subterránea, utilizamos el concepto de un "paquete de agua" para representar una pequeña cantidad de agua que fluye junta sin dividirse en porciones más pequeñas. A veces, el término "partícula de agua" se utiliza para referirse a un paquete de agua. Si la velocidad del agua subterránea es uniforme a lo largo de la trayectoria del flujo, el tiempo necesario para que un paquete de agua se mueva de un lugar a otro a lo largo de la trayectoria del flujo se calcula dividiendo la distancia de viaje por la velocidad del agua subterránea. Esto se muestra en la Ecuación Anexo 2-4. Para un campo de flujo con velocidad constante, el tiempo de viaje desde el punto A al B es la distancia dividida por la velocidad, como se haría para viajar en un automóvil. Para un

campo de flujo con una velocidad de agua subterránea no uniforme, calcular el tiempo de viaje a lo largo de la ruta del flujo desde el punto A al punto B requiere dividir la ruta del flujo en pequeños segmentos y calcular el tiempo de viaje en cada segmento. El tiempo total de viaje desde A hasta B es entonces la suma de los tiempos de viaje a través de todos los segmentos. En aplicaciones prácticas, este cálculo generalmente se realiza mediante un software de computadora que rastrea paquetes de agua a través de un sistema de flujo simulado de agua subterránea.

$$t_t = \frac{\text{distancia}}{\bar{v}} \quad (\text{Anexo 2-4})$$

donde:

$t_t$  = tiempo de viaje del agua subterránea a lo largo de una trayectoria de flujo entre dos ubicaciones (T)

distancia = distancia a lo largo de la trayectoria del flujo de agua subterránea (L)

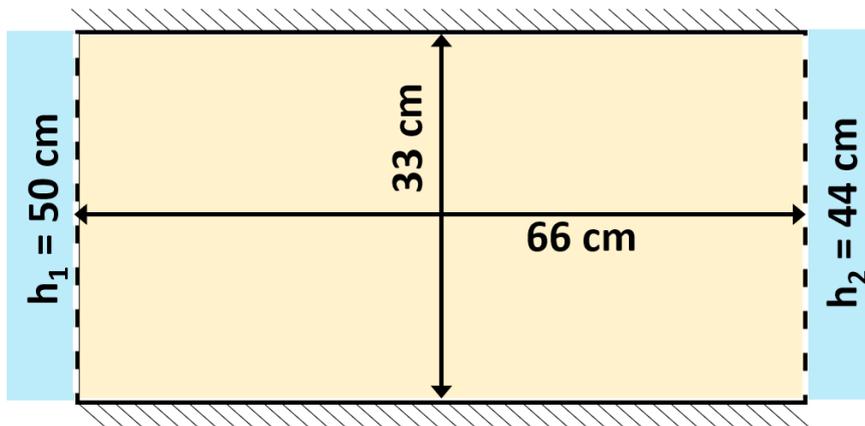
$\bar{v}$  = velocidad del agua subterránea (L/T) asumida como uniforme a lo largo de la trayectoria de flujo

[Regresar donde le texto se enlaza con el Anexo 2](#) ↑

## Anexo 3 – Derivación: Fórmula para el caudal volumétrico a través de una red de flujo

El caudal volumétrico (descarga) es el volumen de agua que circula a través de un sistema por unidad de tiempo. Este se reporta en dimensión de volumen, o longitud al cubo, a lo largo del tiempo (por ejemplo, litros por minuto o metros cúbicos por segundo).

El flujo a través de un tanque rectangular que contiene arena homogénea con una conductividad hidráulica de 0,4 cm/s se utiliza para derivar la fórmula del caudal volumétrico a través de una red de flujo. El diagrama del tanque rectangular se muestra en la Figura Anexo 3-1. Dentro del tanque, la arena llena el volumen de una caja de lados impermeables excepto donde el agua entra y sale a través de una pantalla que retiene la arena a lo largo de las líneas negras discontinuas. La caja mide 33 cm de alto, 66 cm de largo y 50 cm de ancho (es decir, se extiende 50 cm "dentro" de la imagen). Cualquier sección transversal que corte la caja de izquierda a derecha es idéntica a todas las demás secciones transversales izquierda-derecha, por lo que solo se muestra una sección transversal de la caja. El nivel del agua en el lado izquierdo se mantiene a 50 cm y en el lado derecho se mantiene a 44 cm. El flujo recorre de izquierda a derecha.



**Figura Anexo 3-1** - Una caja rectangular llena de arena con embalses de carga constante a cada lado.

Para este tanque rectangular, no es necesario construir una red de flujo y luego aplicar una fórmula para determinar el caudal volumétrico. Dada la geometría simple de del tanque, el caudal volumétrico se puede determinar directamente sustituyendo los valores en la Ley de Darcy (Ecuación (Anexo 3-1) de la siguiente manera:

$$Q = -KiA \quad (\text{Anexo 3-1})$$

donde:

$Q$  = caudal volumétrico ( $L^3/T$ )

$i$  = gradiente hidráulica (adimensional)

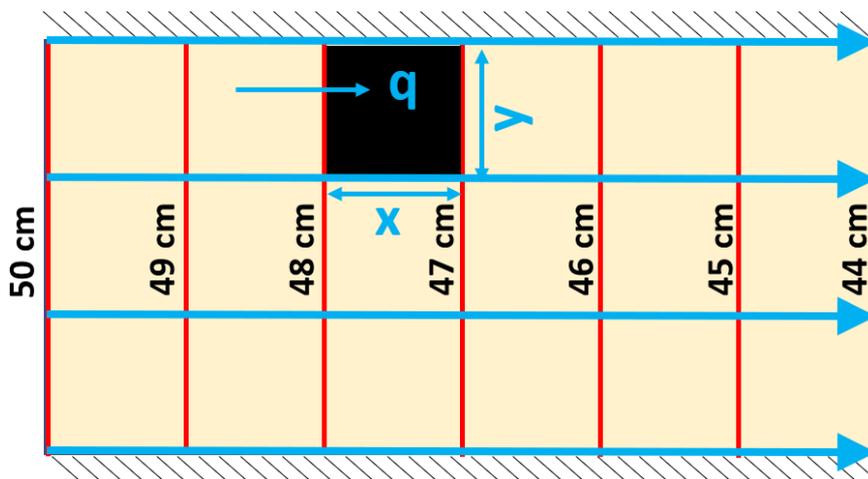
$A = \text{área perpendicular a la dirección del flujo (L}^2\text{)}$

$$Q = - \left( 0.4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right) \left( \frac{44 \text{ cm} - 50 \text{ cm}}{66 \text{ cm}} \right) (33 \text{ cm}) (50 \text{ cm}) = 60 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$Q = \left( 60 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \right) \left( 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} \right) \left( \frac{\text{litros}}{1000 \text{ cm}^3} \right) = 3.6 \frac{\text{litros}}{\text{min}}$$

Aunque es fácil utilizar la Ley de Darcy para calcular el caudal volumétrico para una geometría de flujo simple, no es fácil para un flujo con geometría compleja. Para determinar la tasa de flujo volumétrico para el caso de geometría compleja, es necesario (1) construir gráficamente una red de flujo y luego aplicar una fórmula para calcular el caudal, o (2) usar un modelo numérico de computadora para calcular el caudal. Este anexo aborda el primer método y deriva la fórmula necesaria. El tanque de flujo se usa como ejemplo, pero la fórmula derivada es válida para casos complejos.

Para desarrollar la fórmula del tanque de flujo, se construye una red de flujo gráfica como se muestra en la Figura Anexo 3-2. Para esta geometría de flujo simple, las líneas equipotenciales son rectas y verticales, mientras que las líneas de flujo son rectas y horizontales. Los dos conjuntos de líneas se cruzan en ángulo recto para formar cuadrados. Cada tubo de corriente lleva el mismo caudal volumétrico. La Ley de Darcy se puede utilizar para calcular el flujo volumétrico en un tubo de flujo individual calculando el flujo a lo largo del ancho y para un cuadrado en la red de flujo (por ejemplo, el resaltado en negro en la Figura Anexo 3-2).



**Figura Anexo 3-2** - Diagrama para derivar la ecuación para determinar el caudal volumétrico de una red de flujo por unidad de ancho en el diagrama a través de una celda de una red de flujo.

La diferencia de altura entre las líneas equipotenciales en una red de flujo (Ecuación Anexo 3-2) se determina como el cociente de la caída de total de la carga hidráulica a través

de la red de flujo,  $H$  ( $H = 6 \text{ cm}$  en este caso) y el número de divisiones de carga,  $n_d$  ( $n_d = 6$  en este caso, como se muestra en la Figura Anexo 3-3).

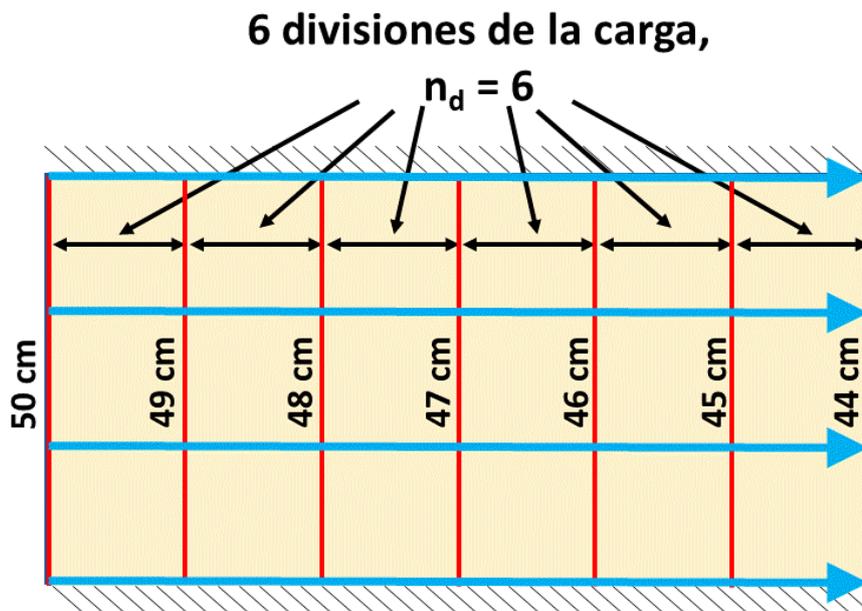
$$h_{diff} = \text{intervalo de contorno} = \frac{H}{n_d} \quad (\text{Anexo 3-2})$$

donde:

intervalo de contorno = diferencia de carga entre líneas equipotenciales adyacentes (L)

$H$  = caída total de la carga hidráulica en el dominio de flujo

$n_d$  = número de divisiones por caídas de la carga en la red de flujo  
(adimensional)



**Figura Anexo 3-3** - Número de caídas de la carga hidráulica en la red de flujo del ejemplo.

Para esta red de flujo,  $h_{diff} = ((6 \text{ cm}) / (6 \text{ divisiones de la carga}))$ , o  $1 \text{ cm}$  como ya se indica en las etiquetas de las curvas de nivel en Figura Anexo 3-2 y Figura Anexo 3-3.

El caudal volumétrico a través de un tubo de corriente por unidad de ancho normal al diagrama utilizando la Ley de Darcy se determina como el producto de la conductividad hidráulica ( $K$ ), el gradiente ( $h_{diff}/x$ ) y el ancho del tubo de corriente en el plano de la red de flujo (Ecuación Anexo 3-3).

$$Q'_{tubo} = K \frac{h_{diff}}{x} y \quad (\text{Anexo 3-3})$$

donde:

$Q'_{tubo}$  = caudal volumétrico a través de un tubo de corriente por unidad de ancho perpendicular al diagrama ( $L^2/T$ )

$x$  = distancia entre líneas equipotenciales (L)

$y$  = ancho del tubo de corriente en el plano de la red de flujo (L)

Para un cuadrado en la red de flujo (como el resaltado en negro en la Figura Anexo 3-2),  $x=y$ , y la ecuación se puede simplificar cancelando  $y$  con  $x$ , dejando la fórmula para el flujo a través de un tubo de corriente por unidad de ancho en el diagrama como se muestra en el Ecuación Anexo 3-4.

$$Q'_{tubo} = K h_{diff} = K \frac{H}{n_d} \quad (\text{Anexo 3-4})$$

Para redes de flujo con geometría más compleja, las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se cruzan para formar cuadrados curvilíneos en lugar de cuadrados exactos. En este caso, la relación de  $x$  a  $y$  se puede considerar una relación de aspecto. Para un cuadrado curvilíneo, la relación de aspecto es 1, por lo que la simplificación de la Ecuación Anexo 3-3 a la Ecuación Anexo 3-4 sigue siendo válida.

Debido a que  $Q'_{tube}$  es el mismo para todos los tubos de corriente, el caudal volumétrico a través de todo el sistema por unidad de ancho perpendicular al diagrama se puede obtener multiplicando  $Q'_{tube}$  por el número de tubos de corriente como en el la Ecuación Anexo 3-5.

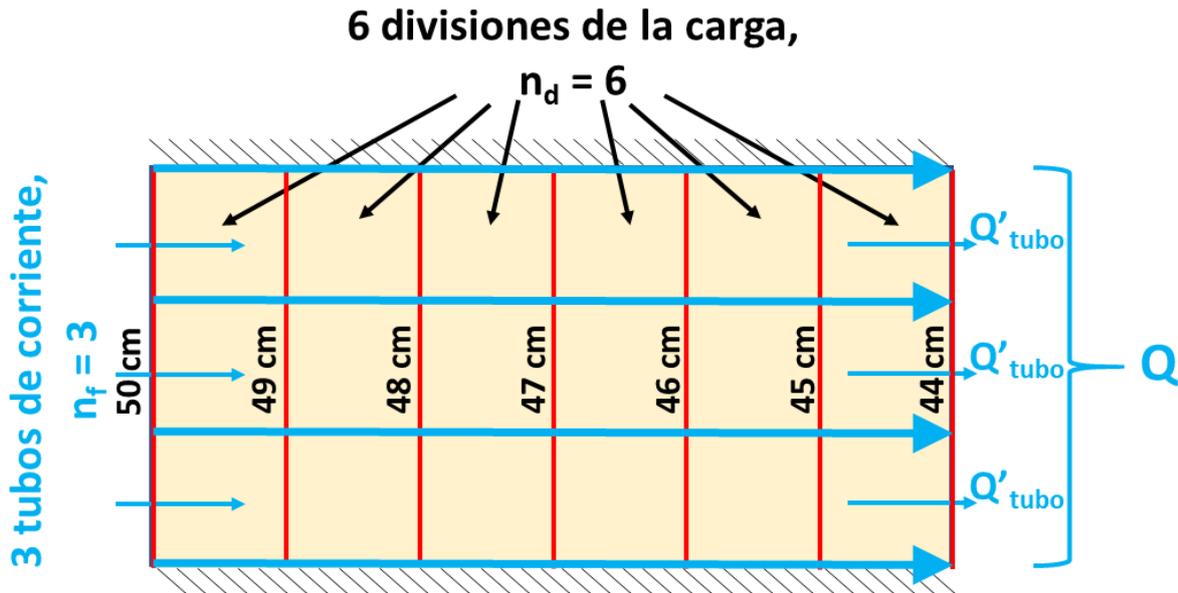
$$Q' = Q'_{tubo} n_f = K \frac{H}{n_d} n_f \quad (\text{Anexo 3-5})$$

donde:

$n_f$  = número de tubos de corriente en la red de flujo

$Q'$  = caudal volumétrico a través del total del sistema por unidad de ancho perpendicular al diagrama (L<sup>2</sup>/T)

Esta red de flujo tiene 6 divisiones de la caída de carga ( $n_d = 6$ ) y 3 tubos de corriente ( $n_f = 3$ ) como se muestra en la Figura Anexo 3-4.



**Figura Anexo 3-4** – Número de tubos de corriente y divisiones de la caída de la carga hidráulica en el ejemplo de red de flujo.

El parámetro  $Q'$  tiene una dimensión de longitud al cuadrado por tiempo,  $L^2/T$ , porque representa el caudal volumétrico para una unidad de ancho en el diagrama (Ecuación Anexo 3-6).

$$Q' = K \frac{H}{n_d} n_f = KH \frac{n_f}{n_d} : \frac{L}{T} L \frac{-}{-} : \frac{L^2}{T} \quad (\text{Anexo 3-6})$$

donde:

– = indica que un parámetro es adimensional

Para calcular el caudal volumétrico total a través de la caja,  $Q_{total}$ , multiplicamos  $Q'$  por la distancia que la caja se extiende "hacia" la figura, produciendo una dimensión de longitud al cubo por tiempo,  $L^3 / T$  como en la Ecuación Anexo 3-7.

$$Q_{total} = K H \frac{n_f}{n_d} w : \frac{L^3}{T} \quad (\text{Anexo 3-7})$$

donde:

$w$  = distancia que el dominio de la red de flujo se extiende en dirección normal al diagrama (L)

La fórmula se puede utilizar para calcular el caudal volumétrico a través de redes de flujo construidas gráficamente con geometría compleja. La fórmula para determinar el caudal volumétrico a través de una red de flujo no involucra las dimensiones absolutas de la longitud y altura del sistema. Utiliza solo valores relativos de la longitud y la altura de la caja, por lo que el dibujo debe estar a escala. Es decir, la longitud y el ancho relativos del

dibujo deben ser correctos. Además, se debe conocer la distancia que el sistema se extiende normal al diagrama para determinar el caudal total a través del sistema.

Sustituyendo los valores apropiados de  $n_f$ ,  $n_d$ ,  $H$ ,  $K$  y  $w$  para la caja rectangular en la ecuación de descarga volumétrica a través de una red de flujo, el caudal calculado es igual al calculado por la Ley de Darcy al comienzo de este anexo.

$$Q_{total} = \left(0.4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right) (6 \text{ cm}) \left(\frac{3}{6}\right) (50 \text{ cm}) = 60 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

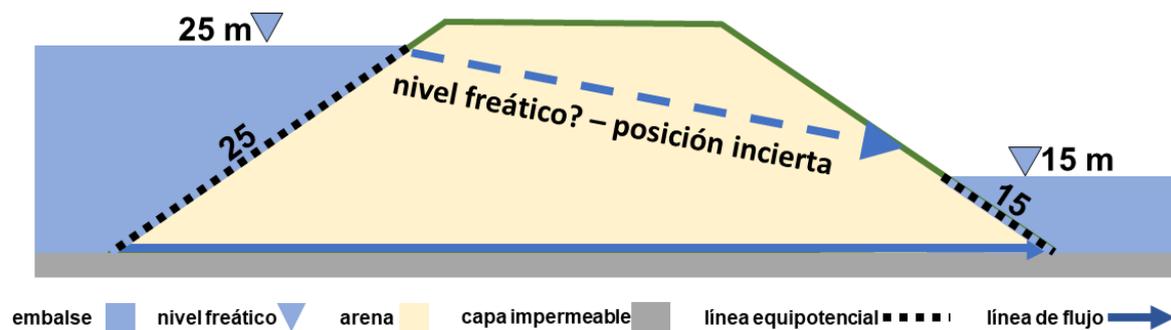
[Regresar donde le texto se enlaza con el Anexo 3](#) ↑

## Anexo 4 – Dibujar una Red de Flujo para un sistema no confinado con límite en el nivel freático.

Los sistemas no confinados de agua subterránea tienen el nivel freático como límite superior, el cual requiere una consideración especial al trazar una red de flujo porque la ubicación del nivel freático no se conoce hasta que se haya trazado una red de flujo aceptable.

Para ilustrar la inclusión del nivel freático en una red de flujo, se considera el flujo a través de una presa de tierra con una conductividad hidráulica de 0.2 m/d descansando sobre una base impermeable (Figura Anexo 4-1). La presa se extiende 55 m en la dirección perpendicular al diagrama y está cubierta con material impermeable de tal manera que se evita que el agua se infiltre en la superficie de la presa. El agua entra desde el embalse aguas arriba a la izquierda y sale al depósito de aguas abajo a la derecha.

Inicie los pasos para dibujar una red de flujo como se describe en la sección 2.3 y se muestra en la Figura Anexo 4-1. La posición del nivel freático no se conoce hasta que se revela el sistema de flujo siguiendo las reglas para dibujar una red de flujo, por lo que el boceto inicial indica esta incertidumbre mediante el uso de una línea discontinua con “?”.



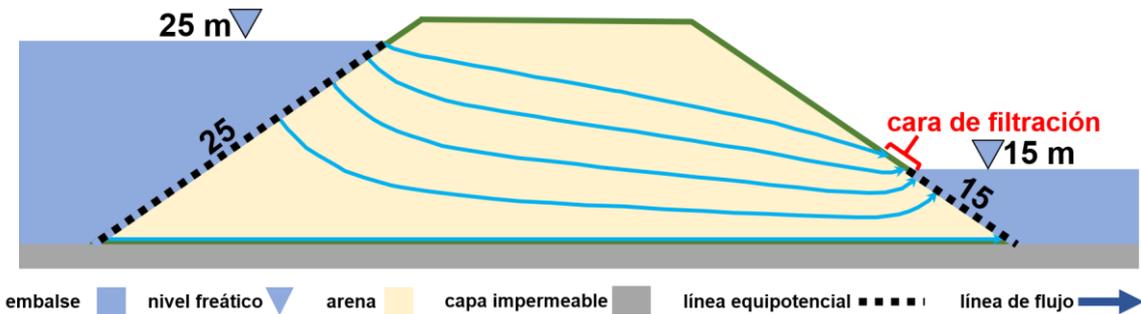
**Figura Anexo 4-1** - Paso 1 - Dibujar el sistema a escala, Paso 2 - Dibujar líneas equipotenciales para que coincidan con los límites de carga, Paso 3 - Dibujar líneas de flujo para que coincidan con los límites sin flujo.

Dibujar una red de flujo es un proceso de prueba y error porque las líneas equipotenciales y de flujo se ajustan hasta que se forman cuadrados curvilíneos. La complicación adicional al dibujar una red de flujo no confinado es que la posición del límite superior (el nivel freático) y la longitud de la cara de filtración también se ajustan mientras se trabaja para crear cuadrados curvilíneos.

El siguiente paso es trazar líneas de flujo a lo largo de los caminos donde prevé que fluirá el agua subterránea, asegurándose de que sean perpendiculares a las líneas equipotenciales en los límites (Figura Anexo 4-2). No hay recarga desde el límite superior impermeable, por lo que la línea de flujo superior forma el nivel freático. La línea de flujo debe coincidir con la línea equipotencial de 25 m (límite de carga constante) en ángulo recto. El extremo del nivel freático aguas abajo debe encontrarse con la superficie de la presa a

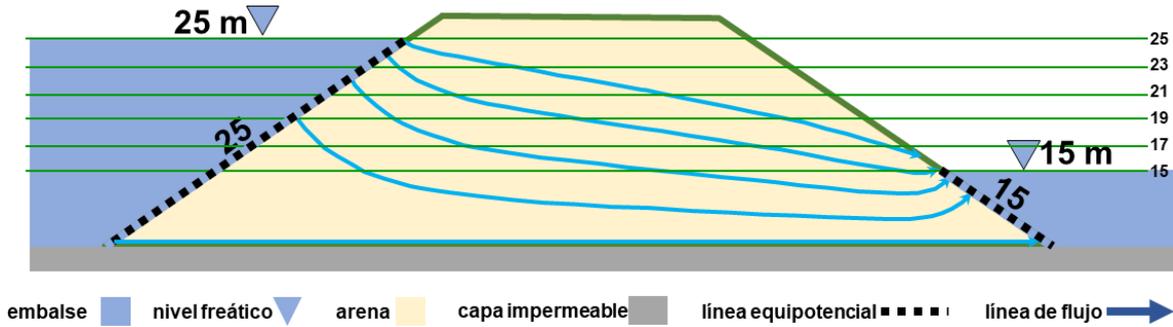
una elevación mayor que la superficie del nivel de agua del embalse aguas abajo (formando una cara de filtración como se muestra en la Figura Anexo 4-2), y en una pendiente igual a la pendiente de la cara de la presa. De la misma manera que se desconoce la posición inicial del nivel freático hasta que se dibuja la red de flujo, se desconoce la longitud de la cara de filtración hasta que se dibuja una red de flujo válida. La carga hidráulica a lo largo de una cara de filtración es igual a la elevación de la superficie del suelo porque la presión manométrica a lo largo de la cara de filtración es cero. A diferencia de la capa freática, la ubicación del límite de la cara de filtración se conoce porque estará en la cara pendiente abajo de la presa, antes de trazar la red de flujo solo se desconoce su longitud.

Aunque, por conveniencia, aquí hemos dibujado las líneas de flujo en la posición correcta, es probable que al dibujar una red de flujo el primer intento de dibujar las líneas de flujo requiera un ajuste. Se espera que las líneas de la red de flujo se borren y se vuelvan a dibujar según sea necesario hasta que se cumplan los criterios para una red de flujo válida.



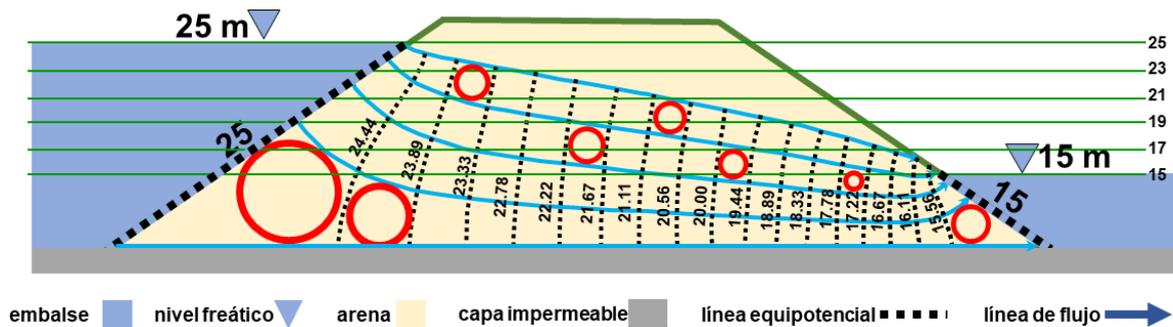
**Figura Anexo 4-2** - Paso 4: Dibuje líneas de flujo a lo largo de los caminos donde visualiza el flujo de agua subterránea, asegurándose de que sean perpendiculares a las líneas equipotenciales en los límites. Es probable que el primer intento de trazar líneas de flujo requiera un ajuste. Dibujar redes de flujo es un proceso de prueba y error.

A medida que se dibuja la red de flujo, es importante recordar que el valor de carga hidráulica de una línea equipotencial es igual a la elevación a la que se encuentra con el nivel freático (o la cara de filtración) porque la carga hidráulica es la suma de la carga de presión (en términos de la altura de una columna de agua) y elevación. La presión manométrica se usa típicamente para cuantificar la presión, siendo la presión atmosférica equivalente a la presión manométrica cero. En el nivel freático y a lo largo de la cara de filtración, la presión manométrica es cero, por lo que la carga hidráulica es igual a la elevación. Por esta razón, es útil agregar líneas de igual elevación antes de trazar las líneas equipotenciales (Figura Anexo 4-3) como guía para trazar la red de flujo.



**Figura Anexo 4-3** - Agregue líneas de igual elevación antes de dibujar las líneas equipotenciales, porque el valor de una línea equipotencial es igual a la elevación donde se cruza con el nivel freático y la cara de filtración, por lo que las líneas de elevación proporcionan una guía para colocar las líneas equipotenciales.

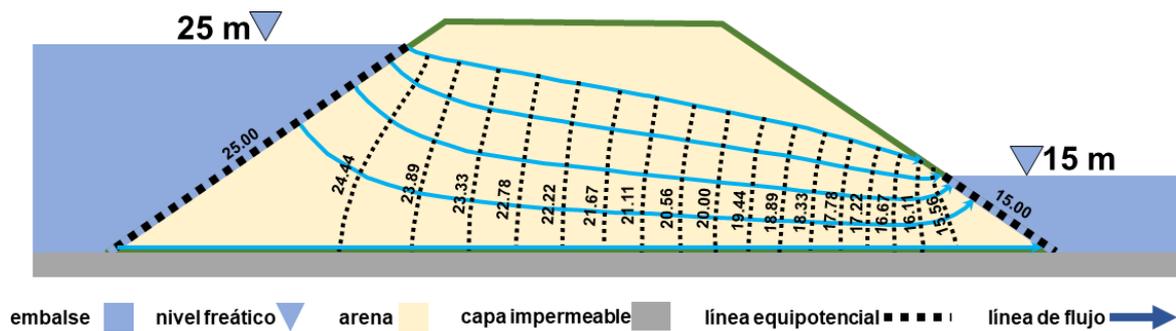
Una vez dibujada la cuadrícula de elevación, proceda a esbozar las líneas equipotenciales en ángulo recto con los límites sin flujo y las líneas de flujo. Asegúrese de que las líneas equipotenciales coincidan con el nivel freático y la cara de filtración a una altura igual a la carga hidráulica de la línea equipotencial. Las líneas equipotenciales y las líneas de flujo deben cruzarse para formar cuadrados curvilíneos. Como antes, una forma de decidir si está creando cuadrados curvilíneos es dibujar un círculo entre las líneas que se cruzan. Si el círculo encaja aproximadamente dentro de las formas, entonces son cuadrados aproximadamente curvilíneos (Figura Anexo 4-4).



**Figura Anexo 4-4** - The shapes are curvilinear squares if circles fit approximately within them, but some flow nets may include partial flow tubes as shown here by the narrow flow tube at the bottom of the flow net. The flow net has 18 head drops and 4 flow tubes.

Un bosquejo aproximado de las líneas equipotenciales proporciona una estimación del número de divisiones de carga que crearán cuadrados curvilíneos. En este caso, se determina que 18 divisiones de carga crean cuadrados curvilíneos. Por lo tanto, el intervalo de contorno se determina dividiendo la caída de cabeza total de 10 m por 18 para obtener un valor de 0,56 m de caída de carga entre cada par de líneas equipotenciales. Esto establece los valores de las curvas de nivel y sabiendo que deben conectar con el nivel freático en la elevación igual a sus valores restringe aún más la posición de las líneas. Por ejemplo, la primera línea equipotencial a la derecha del embalse aguas arriba tendrá un valor de 24,44 m y, por lo tanto, la intersección de la línea equipotencial y el nivel freático debe estar a esa altura.

A menudo, tanto las líneas equipotenciales como las líneas de flujo deben borrarse y volverse a dibujar repetidamente antes de lograr cuadrados curvilíneos con líneas equipotenciales que se encuentran con el nivel freático en ángulos rectos y en una elevación igual a su valor. Incluso después del ajuste, una red de flujo dibujada a mano es solo una solución aproximada a las ecuaciones de flujo. Para el propósito de este libro, una red de flujo bastante precisa se muestra como en la Figura Anexo 4-5. La red de flujo no proporciona precisión a las 3 figuras significativas que se muestran en las etiquetas de contorno en el diagrama. Se muestran tres figuras significativas, no porque el sistema sea conocido con alta precisión, sino para ilustrar adecuadamente la diferencia de altura entre las curvas de nivel adyacentes.



**Figura Anexo 4-5** - Dibuje líneas equipotenciales para la red de flujo no confinado, asegurándose de que 1) su valor sea igual a la elevación del nivel freático donde se encuentran con él y a la elevación de la superficie del suelo donde se encuentran con la cara de filtración, 2) que se encuentran con las líneas de flujo en ángulos rectos, y 3) que las líneas de intersección formen cuadrados curvilíneos. Este resultado se obtuvo después de dibujar y borrar hasta que se cumplieron todos los criterios.

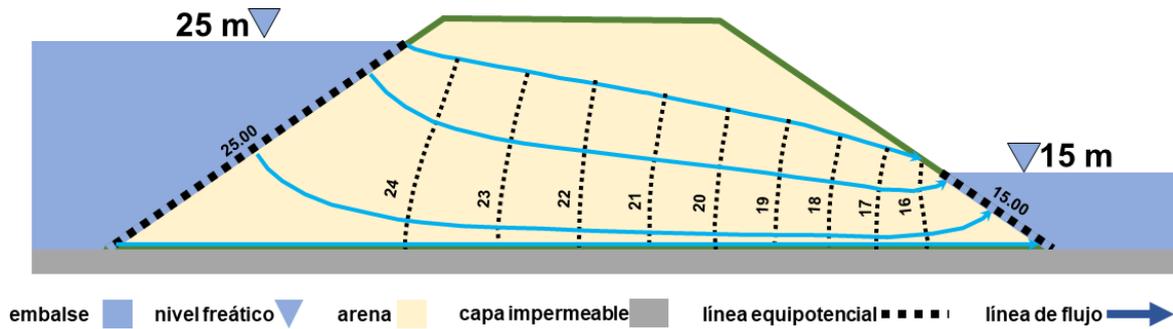
Dado que la presa se extiende 55 m dentro de la imagen y la conductividad hidráulica del material terrestre fue de 0.2 m/d, el caudal volumétrico a través de la presa es:

$$Q_{total} = KH \frac{n_f}{n_d} w = \left(0.2 \frac{m}{d}\right) (10 \text{ m}) \left(\frac{4}{18}\right) (55 \text{ m}) = 24.44 \frac{m^3}{d} \sim 25 \frac{m^3}{d}$$

lo que equivale a unos 125 barriles de petróleo llenos de agua por día, y se necesitarían unos 100 días para llenar una piscina olímpica. Como se señaló anteriormente, es importante reconocer que el caudal volumétrico determinado a partir de una red de flujo es un valor aproximado.

Si hubiéramos comenzado trazando líneas equipotenciales con un intervalo de contorno de número redondo, por ejemplo, un intervalo de 1 m, habría 10 divisiones de caídas de carga  $[(25-15) / 1 = 10]$ . En ese caso, la red de flujo tendría menos tubos de corriente y no sería posible formar cuadrados curvilíneos para todos los tubos porque para obtener la relación de  $4/18 = 0.222$  con 10 divisiones de caída, se necesitan 2.22 tubos de corriente. En consecuencia, uno de los tubos de corriente debe ser una porción de 0.22 de un cuadrado curvilíneo como se muestra en el tubo de corriente más profundo de la Figura Anexo 4-6. En ese caso, el caudal volumétrico a través de la presa es:

$$Q_{total} = KH \frac{n_f}{n_d} w = \left(0.2 \frac{\text{m}}{\text{d}}\right) (10 \text{ m}) \left(\frac{2.22}{10}\right) (55 \text{ m}) = 24.42 \frac{\text{m}^3}{\text{d}} \sim 25 \frac{\text{m}^3}{\text{d}}$$



**Figura Anexo 4-6** - Algunas redes de flujo pueden incluir tubos de corriente parciales como se muestra aquí para el tubo de corriente estrecho en la parte inferior de la red de flujo. La red de flujo tiene 10 divisiones de carga y 2,22 tubos de corriente.

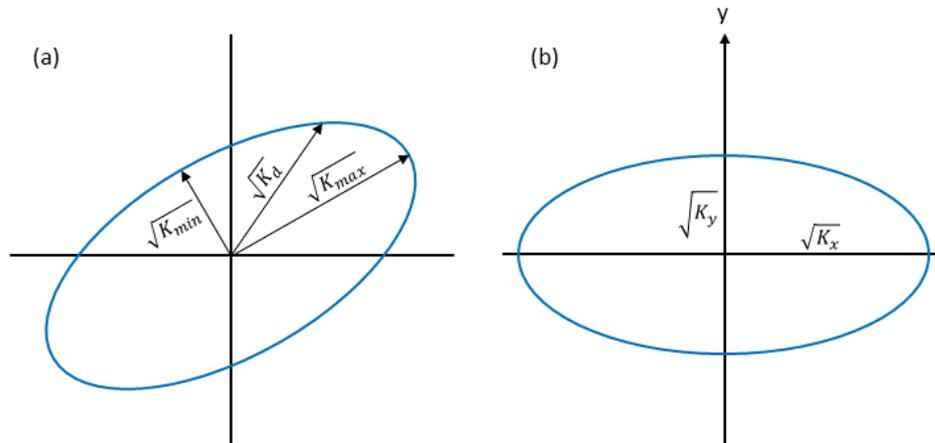
[Regresar donde el texto se enlaza con el Anexo 4](#)

## Anexo 5 – Dibujando redes de flujo para sistemas anisótropos

La conductividad hidráulica en un acuífero anisotrópico varía con la dirección. En ese caso, las líneas de flujo y las líneas equipotenciales de una red de flujo no se encontrarán en ángulos rectos. No obstante, las redes de flujo aún se pueden construir gráficamente si la manera en que la conductividad hidráulica varía con la dirección es la misma en todas partes del sistema de flujo (es decir, si la conductividad hidráulica es "homogéneamente anisotrópica"). Bajo esta circunstancia, una red de flujo se puede construir gráficamente (1) transformando la geometría del sistema en un sistema isotrópico, (2) dibujando una red de flujo para el sistema isotrópico y (3) transformando la red de flujo de nuevo al sistema anisotrópico original.

Para comprender el fundamento de la transformación geométrica, es útil considerar cómo varía la conductividad hidráulica con la dirección. Si extraemos una muestra de núcleo de un medio poroso a lo largo de una dirección dada y medimos la conductividad hidráulica a lo largo del eje longitudinal del núcleo, obtenemos la conductividad hidráulica direccional ( $K_d$ ) en esa trayectoria. Si la conductividad hidráulica es isotrópica, entonces  $K_d$  es el mismo en todas las direcciones. Si la conductividad hidráulica es anisotrópica, entonces  $K_d$  varía con la dirección. La dirección en la que  $K_d$  alcanza su valor máximo se conoce como la dirección principal máxima. El  $K_d$  en esta dirección se denota como  $K_{max}$ . Perpendicular a la dirección principal máxima es la dirección principal mínima, a lo largo de la cual  $K_d$  alcanza su valor mínimo, denotado como  $K_{min}$ . El desarrollo y la explicación de la elipse de conductividad hidráulica se proporcionan en otro libro de [The Groundwater Project](#) (Woessner and Poeter, 2020).

Una gráfica de coordenadas polares es una forma útil de ilustrar  $K_d$ . En tal gráfico, la raíz cuadrada de  $K_d$  se traza en todas las direcciones como distancia desde el origen. En el caso isotrópico, el resultado es un círculo. En el caso anisotrópico, el resultado es una elipse, conocida como elipse de conductividad hidráulica (Figura Anexo 5-1a). Los ejes mayor y menor de la elipse están alineados respectivamente en las direcciones principales máxima y mínima de  $K_d$ . En el caso general, la elipse puede tener cualquier orientación. La figura Anexo 5-1b, muestra el caso en el que los ejes mayor y menor de la elipse están alineados con un sistema de coordenadas rectangular ( $x$ - $y$ ). En este caso,  $K_{max}$  y  $K_{min}$  se pueden escribir como  $K_x$  y  $K_y$  (si  $K_{max}$  está asociado con la dirección  $x$ ) o  $K_y$  y  $K_x$  (si  $K_{max}$  está asociado con la dirección  $y$ ). Es para esta configuración que a continuación ilustraremos el procedimiento de transformación geométrica.



**Figura Anexo 5-1** - Elipse de conductividad hidráulica (a) en orientación general y (b) con ejes mayor y menor alineados con el sistema de coordenadas rectangular (x-y).

La transformación geométrica de un sistema anisotrópico a un sistema isotrópico puede verse como una transformación de la elipse de conductividad hidráulica en un círculo. Esto se puede hacer transformando el eje  $y$  o el eje  $x$ . Al transformar el eje  $y$ , multiplicamos las coordenadas  $y$  de la elipse por la razón  $\sqrt{K_x}/\sqrt{K_y}$ . Es decir, cualquier punto  $(x, y)$  en el sistema de coordenadas original se moverá a un punto  $(x, Y)$  en el sistema de coordenadas transformado donde,  $Y$  se define en la ecuación Anexo 5-1.

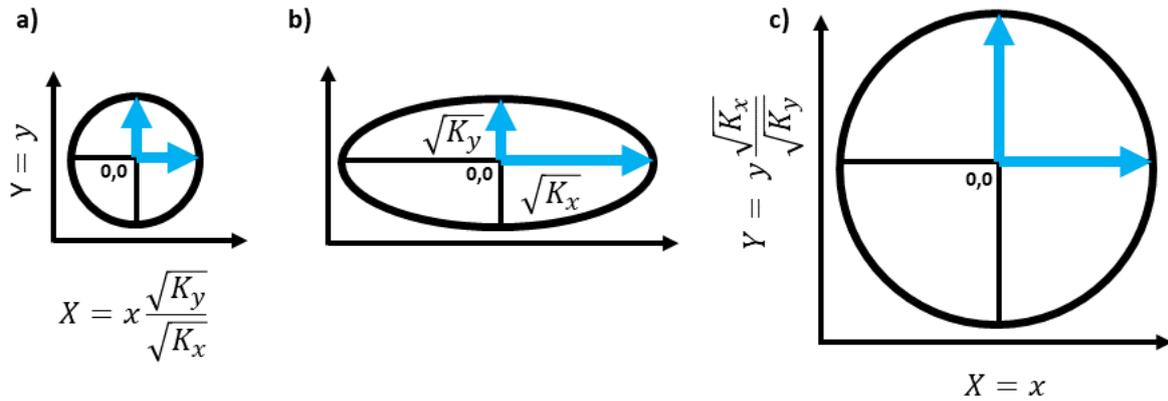
$$Y = y \frac{\sqrt{K_x}}{\sqrt{K_y}} \tag{Anexo 5-1}$$

Si  $K_y$  es menor que  $K_x$  el círculo será más grande que la elipse original (y circunscribirla), mientras que, si  $K_y$  es mayor que  $K_x$  el círculo será más pequeño que la elipse original y la elipse circunscribirá el círculo.

Alternativamente, podríamos multiplicar las coordenadas  $x$  de la elipse por la razón  $\sqrt{K_y}/\sqrt{K_x}$ . Es decir, cualquier punto  $(x, y)$  en el sistema de coordenadas original se moverá a un punto  $(X, y)$  en el sistema de coordenadas transformado donde,  $X$  está definido por la ecuación Anexo 5-2.

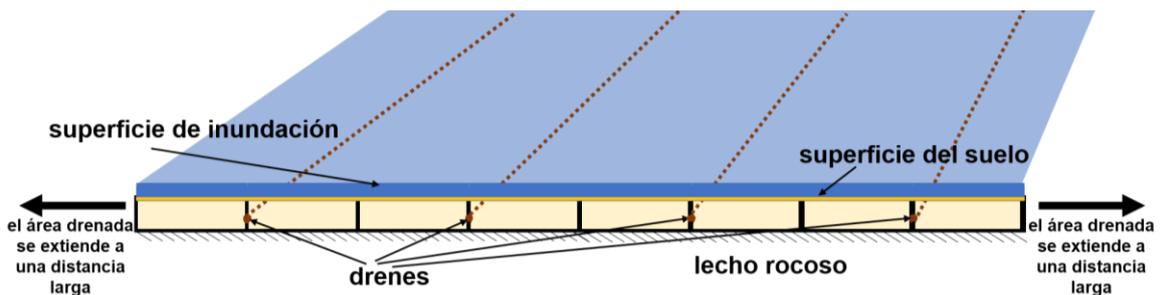
$$X = x \frac{\sqrt{K_y}}{\sqrt{K_x}} \tag{Anexo 5-2}$$

Cualquiera de las transformadas da como resultado una geometría isotrópica aceptable para el sistema como se muestra en la Figura Anexo 5-2.



**Figura Anexo5-2** - Transformación de una elipse de conductividad hidráulica anisotrópica (centro) en una elipse isotrópica (círculo) transformando el eje x (izquierda) o el eje y (derecha).

Se proporciona un ejemplo para aclarar el proceso. Suponga que desea dibujar una red de flujo para un campo irrigado con muchos desagües paralelos como se muestra en la Figura Anexo 5-3. En este sistema, los desagües tienen 100 metros de largo. La conductividad hidráulica horizontal,  $K_x$ , es de 0,16 m/d y la conductividad hidráulica vertical,  $K_y$ , es de 0,01 m/d. La elevación de la superficie del suelo es de 0,6 m por encima del lecho rocoso y los centros de los drenajes circulares de 0,1 m de diámetro están a 0,2 m por encima del lecho rocoso (por lo que el fondo de cada drenaje está a 0,15 m y la parte superior está a 0,25 m). Si el lecho rocoso es el datum, entonces su elevación es 0.0 m. Ahora, suponga que el campo se inunda a una altura de agua de 0,8 m por encima del lecho rocoso.



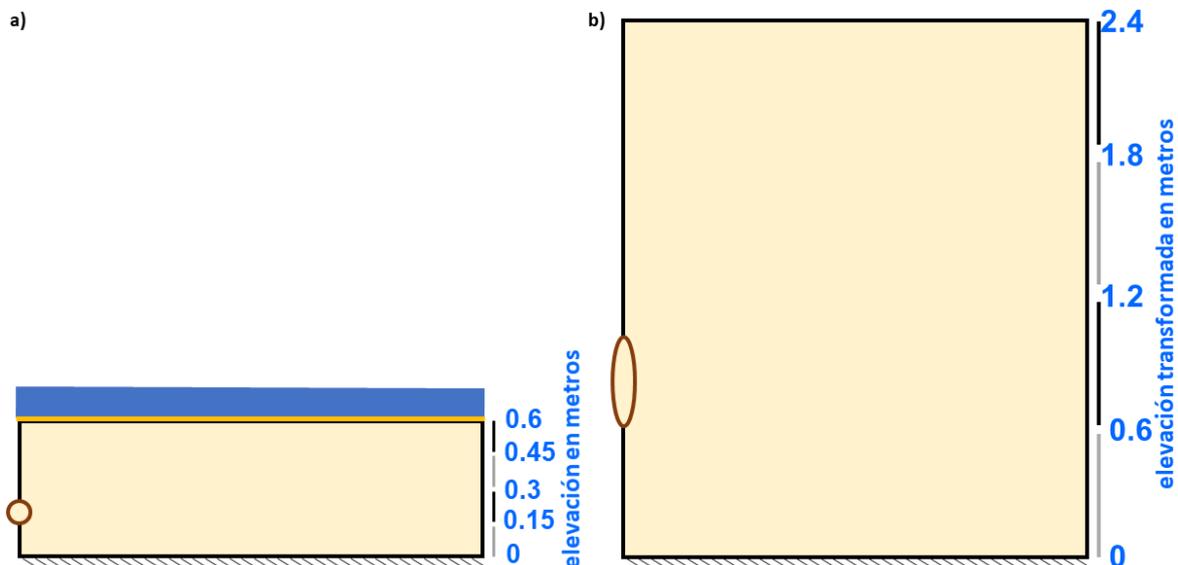
**Figura Anexo 5-3** - Un sistema de flujo de agua subterránea debajo de un campo irrigado con desagües largos y paralelos.

Debido a que el mismo patrón de flujo se repite en imágenes de espejo alternas en todo el campo, solo se necesita dibujar una pequeña porción del campo drenado para desarrollar una red de flujo (Figura Anexo 5-4).



**Figura Anexo 5-4** Solo se necesita dibujar una pequeña porción del campo con drenajes paralelos para desarrollar una red de flujo. Se produce una división de agua subterránea (límite sin flujo) a medio camino entre dos drenajes adyacentes. Además, el flujo hacia el desagüe desde la izquierda es una imagen especular del flujo desde la derecha. Esta simetría nos permite considerar el flujo al desagüe desde un solo lado. La red de flujo desarrollada para la figura anterior se repetirá a través de los muchos desagües del campo en imágenes de espejo alternadas.

La conductividad hidráulica horizontal es 16 veces mayor que la vertical,  $K_x = 16 K_y$ , por lo que la relación de los semiejes de la elipse es  $\sqrt{K_x}/\sqrt{K_y} = \sqrt{0.16}/\sqrt{0.01} = 4$ . Para convertir el sistema de anisotrópico a isotrópico, podemos estirar el sistema verticalmente por un factor de 4. Dejamos las coordenadas  $x$  como están y multiplicamos las coordenadas  $y$  por 4. La superficie del suelo está a 0.6 m por lo que se incrementa a 2.4 metro; la parte superior del desagüe está a 0,25 m, por lo que se aumenta a 1,0 m; el fondo está a 0,15 m, por lo que se aumenta a 0,6 m, mientras que el lecho de roca permanece a 0 m ( $4 \times 0 = 0$ ). El sistema transformado tiene el mismo ancho, pero es 4 veces más alto que el sistema anisotrópico. La forma del desagüe circular se vuelve ovalada. (Figura Anexo 5-5).



**Figura Anexo 5-5** - Transformación geométrica del sistema (a) anisotrópico de la izquierda a un sistema (b) isotrópico de la derecha mediante la transformación del eje vertical. La geometría transformada de la derecha es 4 veces más alta y tan ancha como la de la izquierda. La forma del desagüe circular se vuelve ovalada.

Se dibuja una red de flujo en la sección transformada (Figura Anexo 5-6) de acuerdo con los pasos de construcción de la red de flujo en condiciones isotrópicas como se describe en la sección 2.2 de este libro. Sabemos que la carga hidráulica en la superficie del suelo es igual a la elevación del agua estancada (0,8 m). Suponemos que la presión es atmosférica en el desagüe (es decir, el agua que fluye hacia el desagüe se descarga al final del desagüe sin retroceder agua en el desagüe). La carga hidráulica es la suma de la carga de presión en términos de altura de una columna de agua y elevación. La presión atmosférica se utiliza como punto de referencia cero para cuantificar la presión, por lo que, en el drenaje, la presión es cero y la carga hidráulica es igual a la elevación. En consecuencia, la carga hidráulica en la parte superior del desagüe es de 0,25 m, en el punto medio es de 0,2 m y en la parte inferior es de 0,15 m. Esperamos que el agua fluya desde la superficie del suelo hasta el desagüe, por lo que trazamos líneas de flujo y equipotenciales y continuamos ajustando hasta que formen cuadrados curvilíneos. (Figura Anexo 5-6).

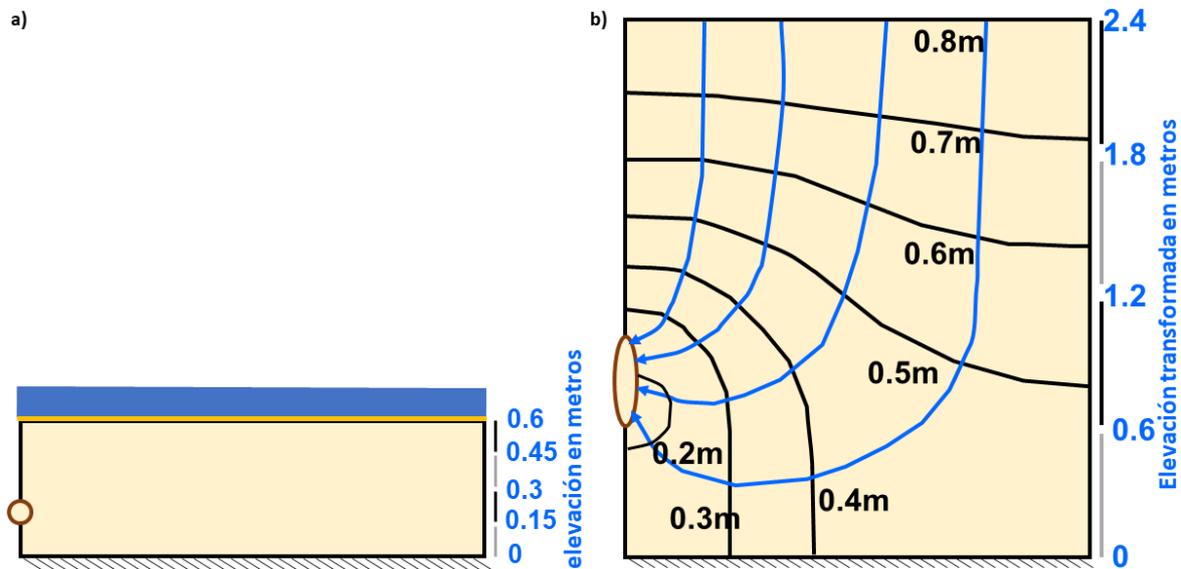


Figura Anexo 5-6 - Se dibuja una red de flujo isotrópico en el sistema isotrópico transformado (b) a la derecha.

A continuación, transformamos la sección de nuevo a su sistema de coordenadas original (Figura Anexo 5-7). Esto se hace cambiando cada coordenada  $x$  e  $y$  donde las líneas equipotenciales y las líneas de flujo se cruzan, dividiendo la coordenada  $y$  por 4 y trazando el punto de intersección en la ubicación  $x$  original y la ubicación  $y$  reducida en la geometría del sistema original. Una vez que se trazan los puntos de intersección, las líneas se pueden conectar. Las líneas equipotenciales transformadas y las líneas de flujo no se encuentran en ángulos rectos y las líneas que se cruzan no forman cuadrados en la geometría del sistema anisotrópico. (Figura Anexo 5-7).

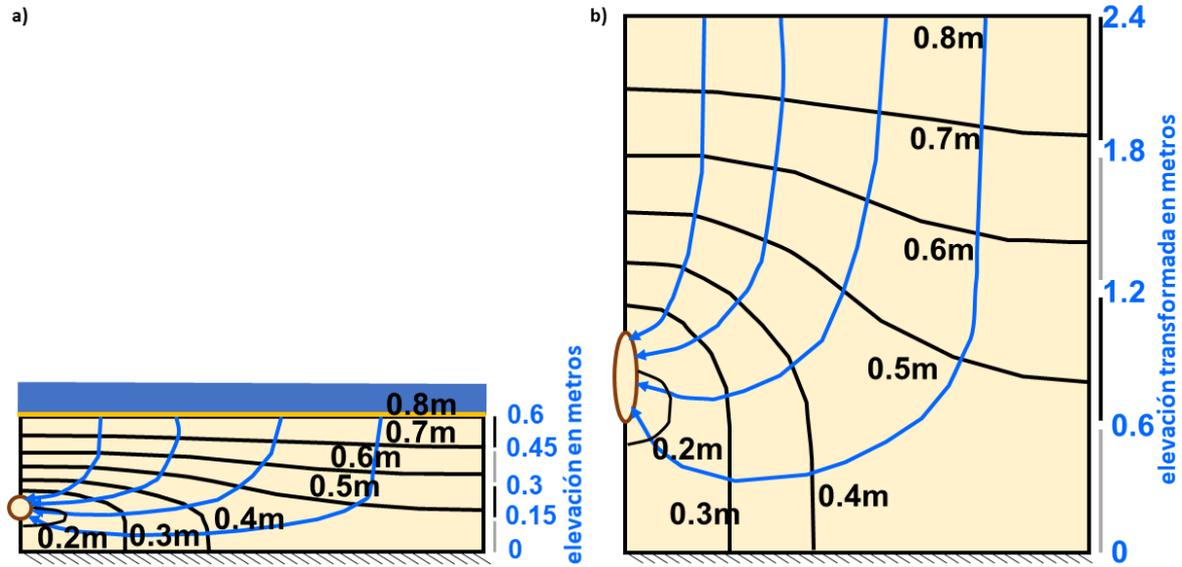


Figura Anexo 5-7 - La red de flujo isotrópico (b) de la derecha se transforma de nuevo en la geometría anisotrópica (a) de la izquierda.

Finalmente, estimamos el caudal volumétrico a través del sistema. Para lograr esto, usamos la fórmula presentada aquí como ecuación Anexo 5-3. Y que se analiza y deriva en el Anexo 4 de este libro.

$$Q_{total} = K H \frac{n_f}{n_d} w \tag{Anexo 5-3}$$

donde:

- $Q_{total}$  = caudal volumétrico a través del sistema (L<sup>3</sup>/T)
- $K$  = conductividad hidráulica del medio poroso (L/T)
- $H$  = diferencia en la carga hidráulica a través de la red de flujo (L)
- $n_f$  = número de tubos de corriente en la red de flujo (adimensional)
- $n_d$  = número de divisiones de la carga en la red de flujo (adimensional)
- $w$  = distancia que se extiende el sistema dentro del dibujo (L)

Cuando se aplica la ecuación Anexo 5-3 a un sistema anisotrópico, se usa una conductividad hidráulica equivalente para tener en cuenta los valores diferentes en la dirección horizontal y vertical. La conductividad hidráulica equivalente para un sistema anisotrópico se calcula como se muestra en la ecuación Anexo 5-4.

$$K_{equivalente} = \sqrt{K_x K_y} \tag{Anexo 5-4}$$

Usando la ecuación Anexo 5-4, la conductividad hidráulica equivalente para la red de flujo que se muestra en la Figura Anexo 5-7a es:

$$K_{equivalente} = \sqrt{K_x K_y} = \sqrt{\left(0.16 \frac{m}{d}\right) \left(0.01 \frac{m}{d}\right)} = 0.04 \frac{m}{d}$$

La caída total de la carga hidráulica,  $H$ , se estima en 0,6 m (es decir, la diferencia entre la altura de 0,8 m en la superficie del suelo y la altura promedio de 0,2 m a lo largo del drenaje). La altura promedio a lo largo del drenaje se estima en 0,2 m porque la altura en la parte superior del drenaje es de 0,25 m, el centro es de 0,2 m y la parte inferior es de 0,1 m.

El flujo total a un lado del drenaje se calcula usando la ecuación Anexo 5-3 con una conductividad hidráulica equivalente de 0.04 m/d, una caída total de carga hidráulica  $H$  de 0.6 m, 5 tubos de corriente ( $n_f$ ), 7 divisiones de carga ( $n_d$ ), y una longitud de desagüe,  $w$ , de 100 m:

$$Q_{total} = K H \frac{n_f}{n_d} w$$

$$Q_{total} = \left(0.04 \frac{\text{m}}{\text{d}}\right) (0.6 \text{ m}) \left(\frac{5}{7}\right) (100 \text{ m}) \sim \left(1.7 \frac{\text{m}^3}{\text{d}}\right) \left(1000 \frac{\text{litros}}{\text{m}^3}\right) \left(\frac{1}{1440} \frac{\text{d}}{\text{min}}\right) \sim 1.2 \frac{\text{litros}}{\text{min}}$$

El flujo debe duplicarse para tener en cuenta el drenaje de ambos lados del desagüe, por lo que aproximadamente 2,4 litros por minuto.

$$\text{Descarga de ambos lados al desagüe} = Q_{total-dos-lados} = 2 Q_{total} \sim 2.4 \frac{\text{litros}}{\text{min}}$$

Una tubería de 0,3 metros de diámetro puede transportar 50 litros por minuto sin retroceder, por lo que asumimos razonablemente cuando decidimos que el drenaje estaría a presión atmosférica.

La anisotropía puede ocurrir tanto en una red de flujo horizontal como en una vertical. La anisotropía en el plano horizontal es generalmente el resultado de discontinuidad direccional en el material, como los planos de fractura. El proceso de creación de la red de flujo es similar. Sin embargo, las direcciones principales para el flujo en la vista en planta pueden no ser tan obvias como para el flujo en una sección transversal vertical (como en el ejemplo anterior). Las direcciones principales en una sección transversal vertical se toman a menudo (pero no siempre) como horizontales y verticales porque muchos ajustes del subsuelo consisten en capas horizontales. Por el contrario, las direcciones principales para el flujo en una vista en planta generalmente no están en direcciones este-oeste/norte-sur. Para un sistema anisotrópico en una vista en planta, es necesario conocer las direcciones principales y alinear el sistema de coordenadas  $x$ - $y$  con estas direcciones. A continuación, se puede realizar la transformación geométrica para la construcción de la red de flujo.

[Regresar donde el texto se enlaza con el Anexo 5](#) ↑

## Anexo 6 – Crear e investigar sistemas de flujo controlados topográficamente.

### Introducción

La versión en línea de TopoDrive está diseñada para ejecutarse en un navegador web y no requiere ningún complemento.

SI ESTÁ LISTO PARA OBTENER INFORMACIÓN DIRECTA SOBRE CÓMO USAR TOPODRIVE MODEL, PROCEDA A [Ejecutando el modelo](#) ↴

El sistema de flujo impulsado topográficamente es aquel en el que el agua subterránea fluye desde áreas de recarga de mayor elevación (donde la carga hidráulica es más alta) a áreas de descarga de menor elevación (donde la carga hidráulica es más baja). Los límites del dominio de flujo son los siguientes (Figura Anexo 6-1):

- El límite superior (AB) es el nivel freático, que se supone que se encuentra cerca de la superficie terrestre.
- Los dos límites verticales (BC y AD) son límites de no flujo.
- El límite inferior (CD) también es un límite sin flujo.

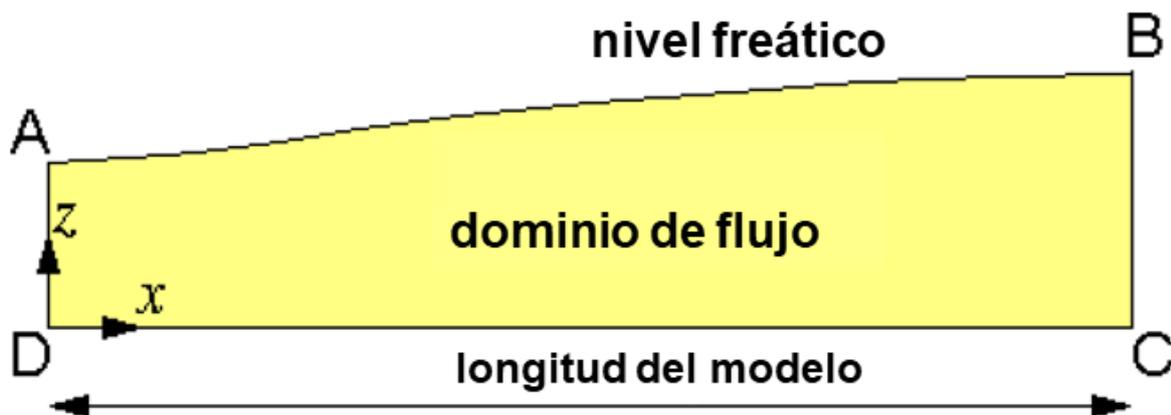


Figura Anexo 6-1 - Diagrama del sistema de flujo TopoDrive.

El límite sin flujo A-D-C-B podría representar un lecho rocoso de baja permeabilidad que limita la cuenca. Alternativamente, el límite BC vertical podría representar una división del flujo de agua subterránea en una cresta. Además, el punto A puede representar el centro de un río, por lo que el agua subterránea en ambos lados del río fluye hacia el río formando un límite sin flujo a lo largo de AD. **Nota importante:** al especificar la posición del nivel freático, se supone que el patrón de recarga y descarga es tal que el nivel freático se mantiene en estado estable.

## Ecuación de flujo

La ecuación de flujo de agua subterránea en estado estacionario que se resolverá es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

donde  $h$  es carga hidráulica, y  $K_x$  y  $K_z$  son los valores principales de la elipse de conductividad hidráulica. Se supone que las direcciones principales son paralelas a los ejes  $x$  y  $z$ .

## Condiciones del límite del sistema

Suponiendo que conocemos la posición del nivel freático, la condición de frontera a lo largo del nivel freático (AB) es

$$h = z$$

donde  $z$  es la elevación del nivel freático.

A lo largo de los límites verticales BC y AD, la condición de límite sin flujo es

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

A lo largo del límite inferior CD, la condición de límite sin flujo es

$$\frac{\partial h}{\partial z} = 0$$

Después de resolver la carga hidráulica  $h$ , las componentes  $x$  y  $z$  del vector de velocidad lineal se calculan mediante

$$v_x = \frac{K_x}{n} \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_z = \frac{K_z}{n} \frac{\partial h}{\partial z}$$

Donde  $n$  es porosidad. Los vectores de velocidad se utilizan para calcular las trayectorias de flujo y el movimiento advectivo de las partículas de fluido.

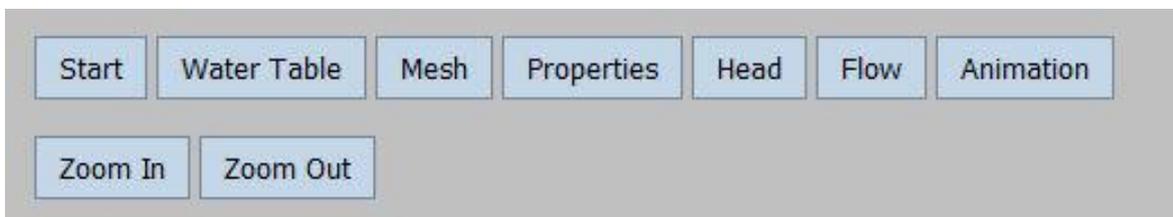
## Ejecutando el modelo

Abra el modelo vinculándolo a <https://tdpfonline.net> y haga clic en el botón "Launch TopoDrive" para iniciar el software TopoDrive. TopoDrive aparecerá en una nueva ventana del navegador (Figura Anexo 6-2).



**Figura Anexo 6-2** – Ventana del software TopoDrive.

Ejecutar el modelo implica 7 pasos. Para comenzar cada paso, haga clic en el botón correspondiente en la parte superior de la ventana (Figura Anexo 6-3). Aparece un cuadro de diálogo para que ingrese los datos de entrada necesarios. Los dos botones de la segunda fila le permiten acercar y alejar la imagen. Para salir del modelo, simplemente cierre la ventana del navegador.



**Figura Anexo 6-3** – Botones del software TopoDrive.

- Paso 1: Start (Inicio) – Especifique la dimensión del modelo
- Paso 2: Water Table (Nivel freático) – Especifique la posición del nivel freático
- Paso 3: Mesh (Malla) – Especifique la dimensión de la malla del modelo
- Paso 4: Properties (Propiedades) – Especifique la conductividad hidráulica y la porosidad
- Paso 5: Head (Carga) -- Calcular carga hidráulica

Una vez calculada la carga hidráulica, hay dos opciones disponibles. Puede continuar con 6a / 7a o 6b / 7b

Paso 6a: Flow (Path) – Rastrear la ruta del flujo desde los puntos seleccionados

Paso 7a: Animation – Crear animación de las rutas de flujo

O:

Paso 6b: Flow (Particle) – Configure la distribución inicial de las partículas de flujo

Paso 7b: Animation – Animar el movimiento advectivo de las partículas del flujo

Se pueden usar botones adicionales para acercar y alejar. El comando "Imprimir" del navegador web se puede utilizar para imprimir la imagen en la ventana. Cerrar la ventana del navegador finaliza el programa.

**Si no está seguro de cómo proceder, aquí hay algunas sugerencias:**

### Ejemplo 1

*Paso1: Clic en el botón **Start** e ingrese: Longitud del dominio: **1000** Exageración vertical: **1***

*Paso2: Clic en el botón **Water Table** luego coloque el cursor a la izquierda del eje izquierdo bastante bajo y haga clic, mueva el cursor hacia la derecha dentro del área del modelo y haga clic, continúe moviendo el cursor hacia la derecha dentro del área del modelo y haga clic creando una forma para el nivel freático, finalmente mueva el cursor a la derecha del eje derecho haga clic para completar el límite superior del modelo. La parte superior del límite vertical en cada lado se recortará para terminar en la línea que dibujó. Su línea ahora define el nivel freático y, por lo tanto, las cabezas en la parte superior del modelo.*

*Paso3: Click the **Mesh** button then input: Number of columns: **60** Number of Rows: **30***

*Paso4: Clic en el botón **Properties**: Inicialmente, toda la malla se establece en el valor medio de conductividad hidráulica (indicado en blanco). Haga clic en el rectángulo azul, Aceptar. Coloque el cursor dentro de la malla y dibuje un polígono haciendo clic en los vértices. Al hacer doble clic en el último vértice se completa el polígono. Ahora tiene una zona de alta conductividad hidráulica en el modelo. A continuación, otra vez haga clic en el botón **Properties** y clic sobre el rectángulo rosa. Dibuje otro polígono en la malla para definir una zona de baja conductividad hidráulica. Una forma alternativa de terminar el polígono es hacer clic en el último vértice y luego hacer clic en el botón **Done Polygon**. Tenga en cuenta que puede cambiar los valores de conductividad hidráulica para cada color, puede elegir anisotrópico y especificar una conductividad hidráulica diferente en las direcciones horizontal y vertical. También puede cambiar la porosidad que no afectará las líneas de flujo pero afectará la velocidad del flujo.*

*Paso5: Clic en el botón **Head** e ingrese: Número de intervalos de contorno: **40** Luego clic **Compute***

Paso6: Clic en el botón **Flow** e ingrese: ●**Flow Path Tracking** ●**Forward and Backward**  
**OK**

Paso7: **Haga clic en las ubicaciones dentro del campo de flujo** y la ruta del flujo se dibujará en las direcciones hacia adelante y hacia atrás desde esas ubicaciones.

Un posible ejemplo de producto terminado se muestra en la Figura Anexo 6-4. La zona azul tiene 100 veces la conductividad hidráulica de la zona blanca. La zona rosa tiene 1/100 veces la conductividad hidráulica de la zona blanca.

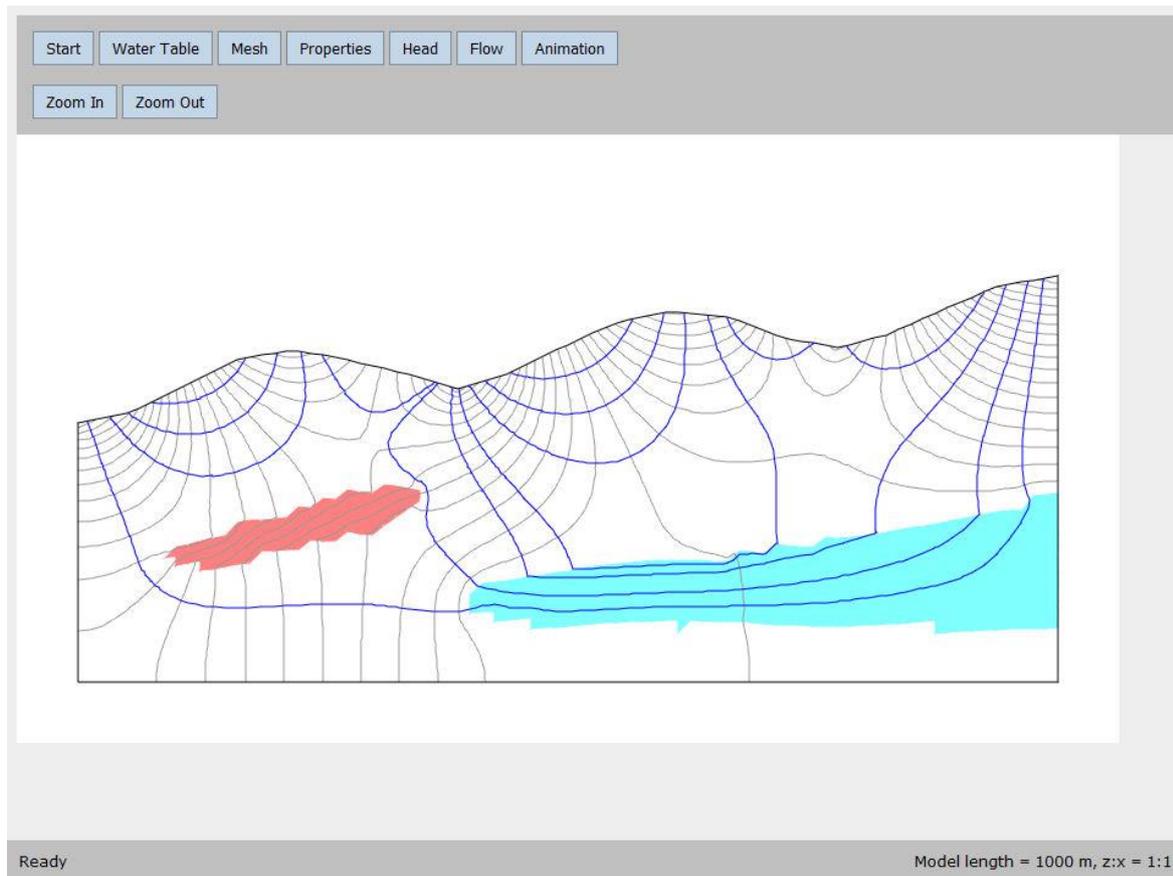


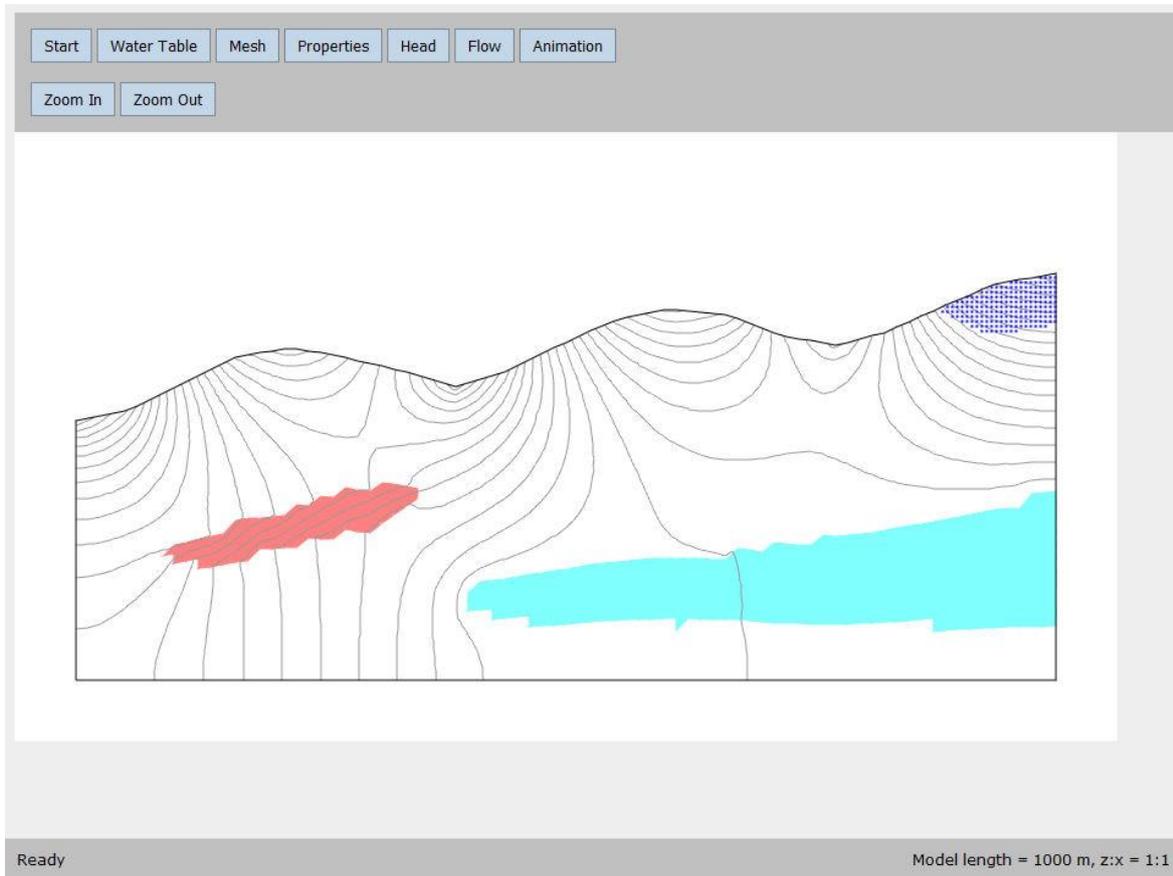
Figura Anexo 6-4 – Ejemplo de un producto final de una simulation en TopoDrive.

## Ejemplo 2

Siga los pasos del 1 al 5 en el ejemplo 1. Alternativamente, si todavía tiene la ventana TopoDrive abierta, puede volver al paso 6 y elegir diferentes opciones de la siguiente manera:

Paso6: Clic en el botón **Flow** e ingrese: ●**Particle Movement** Espaciado inicial de partículas: **5 m**  
**OK**

Ahora use el cursor para dibujar un polígono en cualquier lugar del modelo y haga doble clic cuando haya completado la forma deseada. Verá puntos dentro del polígono que están a 5 m de distancia (Figura Anexo 6-5).



**Figura Anexo 6-5** – Posiciones iniciales de un grupo de partículas dentro del modelo de TopoDrive.

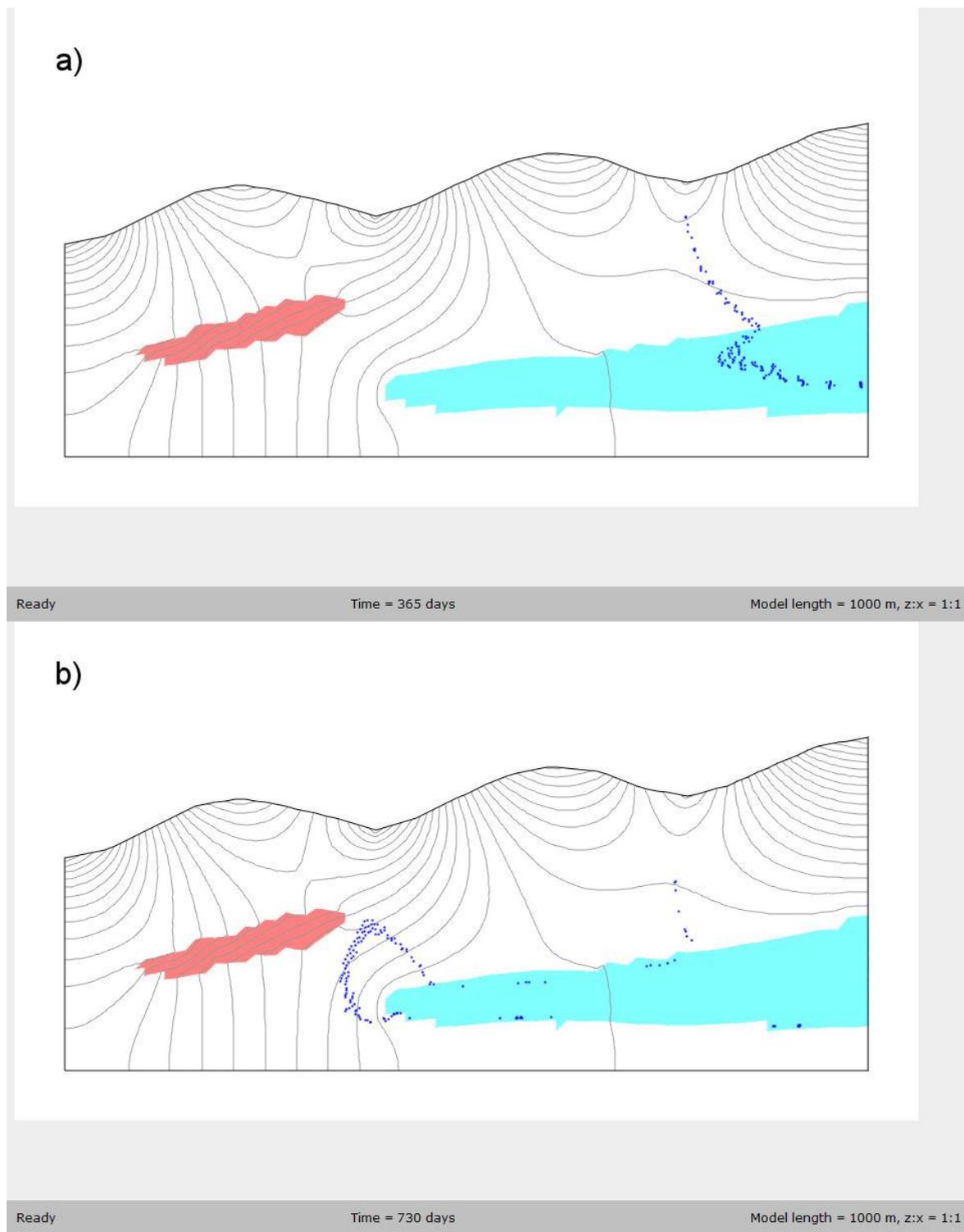
*Paso7: Clic en el boton Animation button e ingrese:*

*1 sec del tiempo de animación= 50 días suavidad de animación=10 cuadros por sec OK*

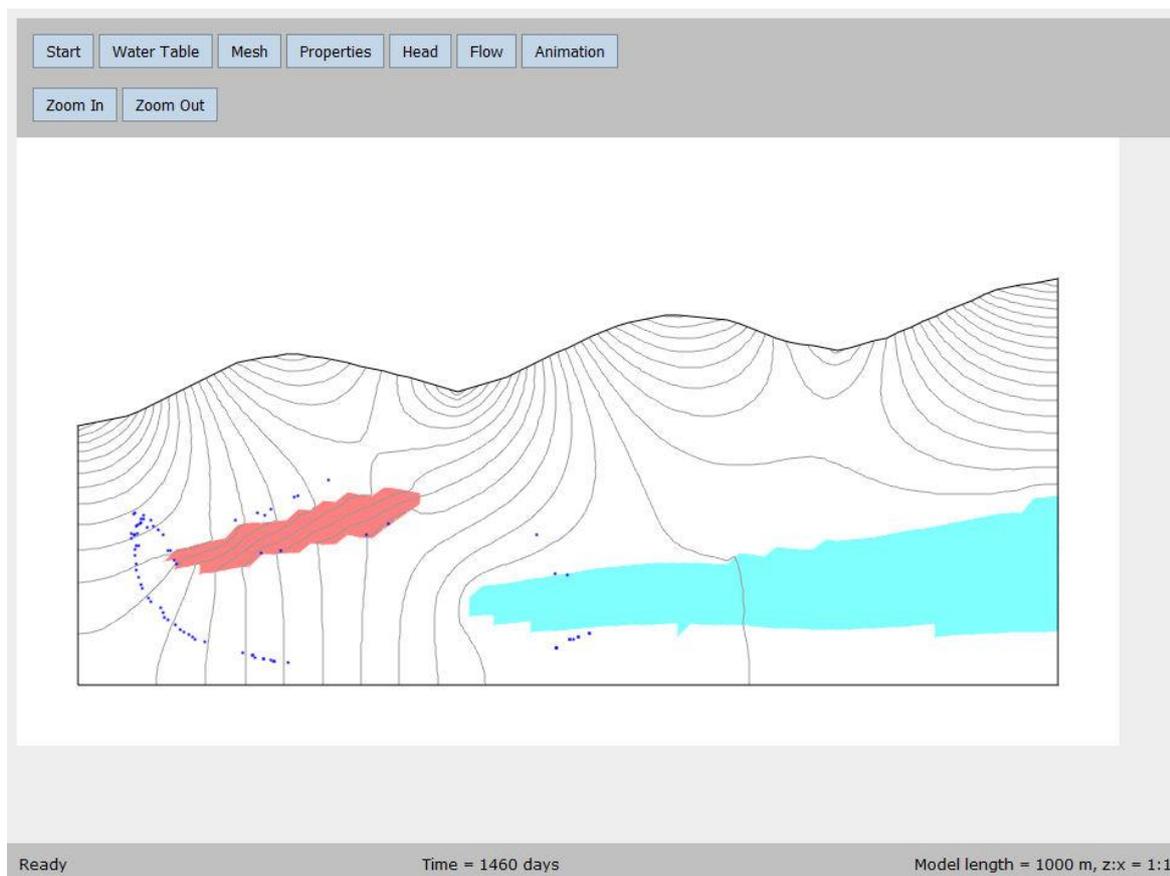
*Haga clic en cualquier lugar dentro del modelo y las partículas comenzarán a moverse, si hace clic dentro del modelo nuevamente, las partículas se detendrán, luego haga clic nuevamente para continuar y así sucesivamente (Figura Anexo 6-6).*

*Si configura diferentes propiedades, sus partículas pueden moverse demasiado rápido o lento. Si este es el caso, ajuste la cantidad de tiempo que se representa por 1 segundo de animación.*

*Las ubicaciones de las partículas para el ejemplo 2 se muestran después de 1460 días (cuatro años) en la Figura Anexo 6-7. Tenga en cuenta que el tiempo transcurrido se muestra en la parte inferior de la ventana de TopoDrive.*



**Figura Anexo 6-6** - Posiciones de las partículas en dos momentos durante la animación: a) 365 días (1 año); y, b) 730 días (2 años).

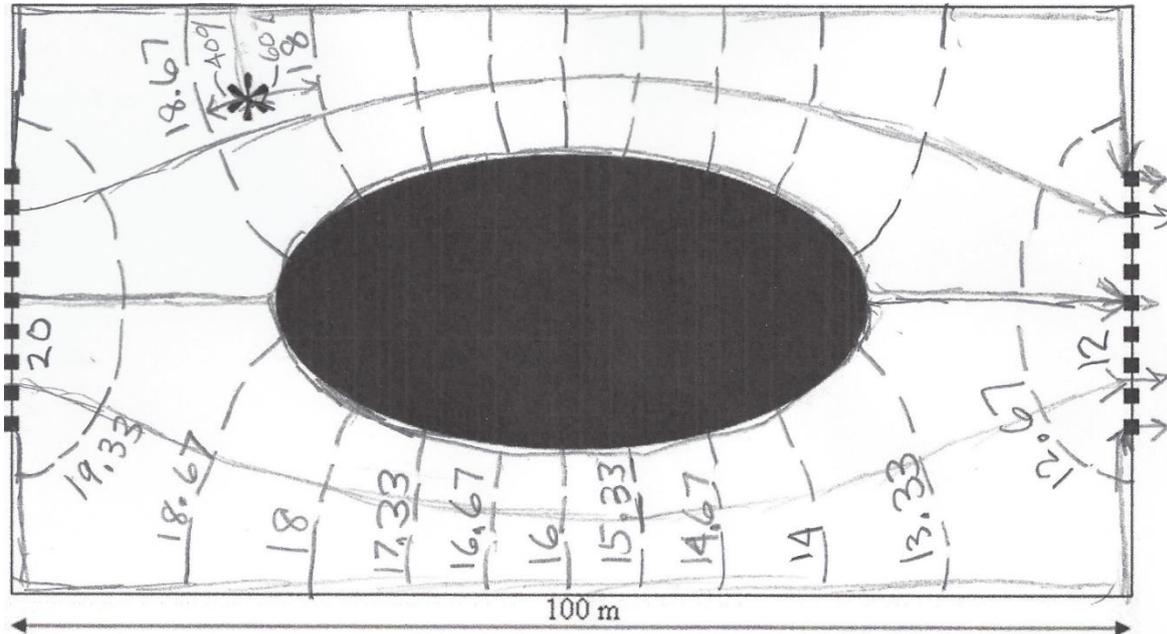


**Figura Anexo 6-7** - Posiciones de las partículas después de 1460 días (4 años). Muchas partículas han salido del acuífero. La cadena de partículas se mueve alrededor del lado izquierdo de la zona de baja conductividad hidráulica (región rosa) y algunas partículas se han movido a la zona de baja conductividad hidráulica.

[Regresar donde el texto se enlaza con el Anexo 6](#) ↗

## 6 Soluciones de los ejercicios

### Ejercicio 1 - Solución



Intervalo de contorno =  $(8 \text{ m}) / (12 \text{ divisiones de carga}) = 0.66$

$$Q_{total} = K H w \frac{n_f}{n_d}$$

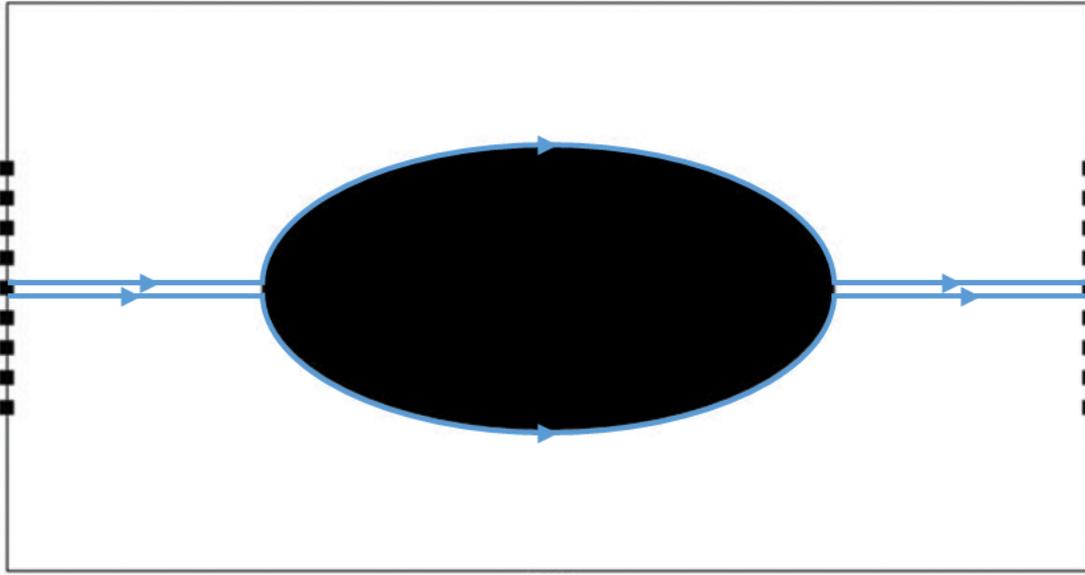
$$Q_{total} = (1 \times 10^{-3} \text{ m/s}) (8 \text{ m}) (10 \text{ m}) (4 / 12) = 0.26 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{carga hidráulica } @^* \approx 18 + 0.6 * 0.66 \approx 18.4$$

$$\text{carga de presión} = \text{carga hidráulica} - \text{elevación} = 18.4 \text{ m} - 10 \text{ m} = 8.4 \text{ m}$$

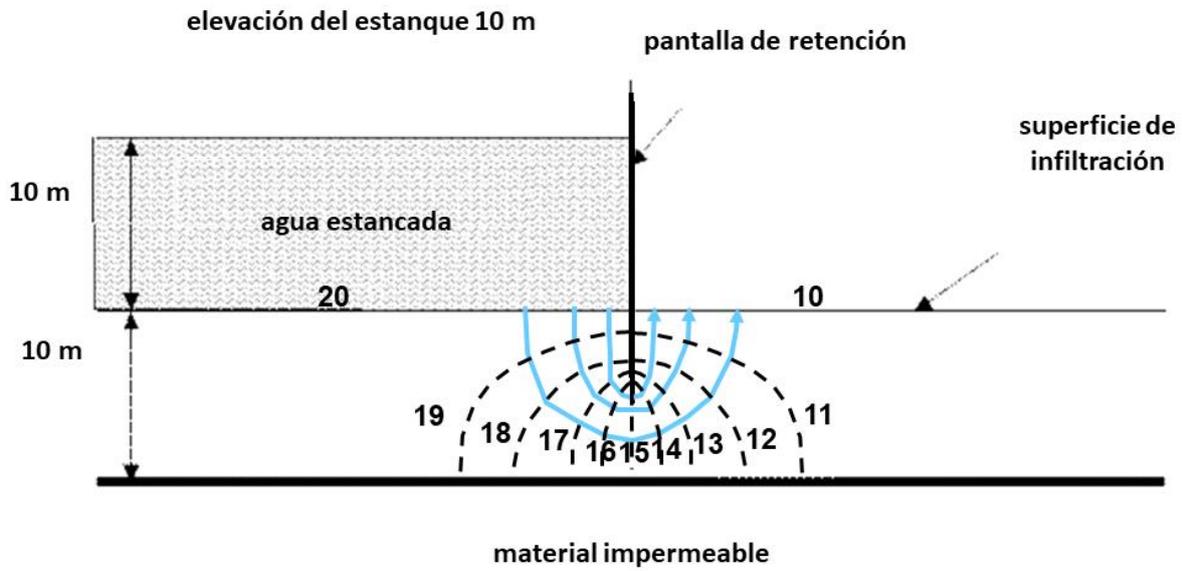
Comentario: Quizás se esté preguntando: ¿qué sucede a lo largo de la línea de flujo que comienza exactamente en el punto medio de la pantalla de entrada? La respuesta a esta pregunta aborda la relación entre una caracterización matemática de un proceso y lo que sucede en la realidad. Desde un punto de vista matemático, la línea de flujo que comienza exactamente en el punto medio de la pantalla fluye directamente hacia el pilar. Cuando la línea de flujo se encuentra con el pilar, el análisis matemático muestra que hay dos posibles soluciones. La línea de flujo puede rodear cualquier lado del pilar. Cuando se dibujan ambas posibilidades en la red de flujo, parece que la línea de flujo se divide en el pilar en dos ramas, una rama que rodea el lado izquierdo del pilar y la otra rama que rodea el lado derecho. Sin embargo, esta es una conceptualización engañosa. En cambio, es mejor pensar que la línea de flujo representa dos líneas de flujo separadas, una que comienza a una distancia de un minuto a la izquierda y la otra que comienza a una distancia de un minuto

a la derecha (Figura siguiente). En esta conceptualización, no existe la noción de división de una línea de flujo. En realidad, no es posible definir una línea de flujo que comience en el punto medio de la pantalla de entrada con exactitud matemática, porque los objetos reales no poseen formas geométricas exactas. La afirmación más razonable que se puede hacer sobre una línea de flujo que comienza cerca del punto medio de la pantalla de entrada es que es igualmente probable que rodee el lado izquierdo del pilar que el lado derecho.



[Regresar al Ejercicio 1](#) ↑

## Ejercicio 2 - Solución

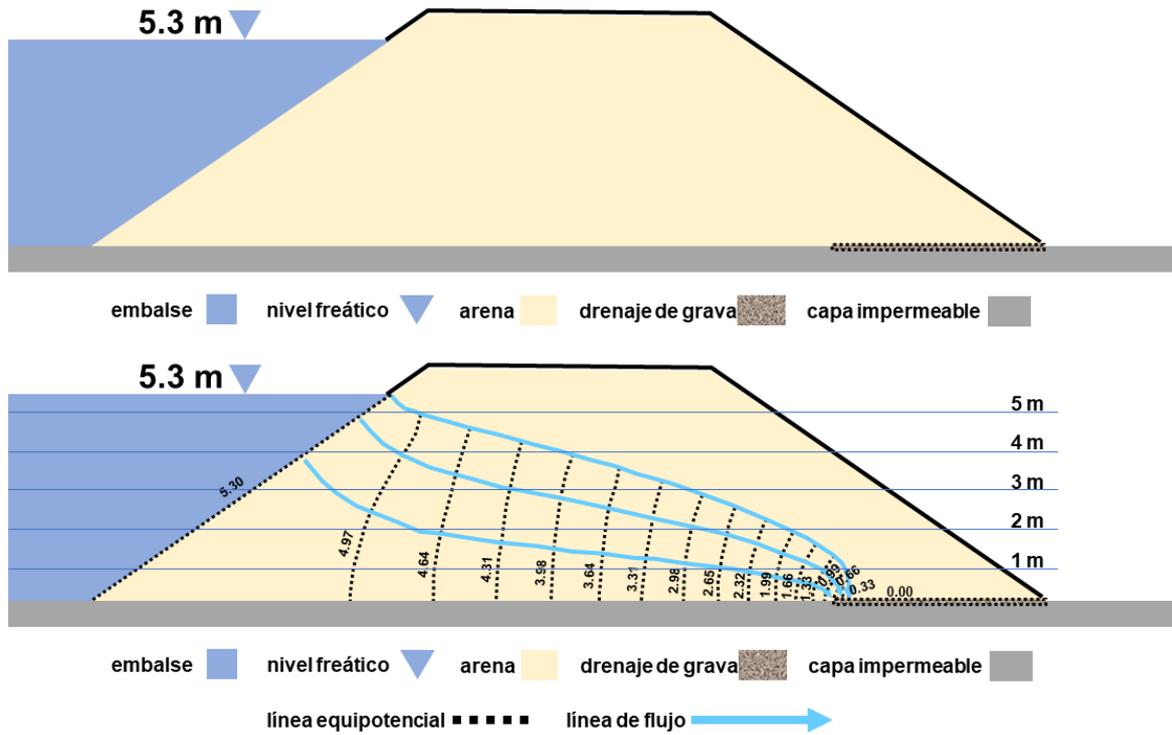


$$Q_{total} = (2 \text{ m/d}) (10 \text{ m}) (4 \text{ tubos de corriente}) / (10 \text{ divisiones de carga}) (22\text{m}) = 176 \text{ m}^3/\text{d}$$

$$\text{Intervalo de contorno} = (10 \text{ m}) / (10 \text{ divisiones de carga}) = 1 \text{ m}$$

[Regresar al Ejercicio 2](#) ↗

### Ejercicio 3 - Solución



Intervalo de contorno = (5.3 m) / (16 divisiones de carga) = 0.33125 m

$$Q_{total} = K H w \frac{n_f}{n_d} a_r$$

La relación de aspecto es uno, entonces  $a_r = 1$

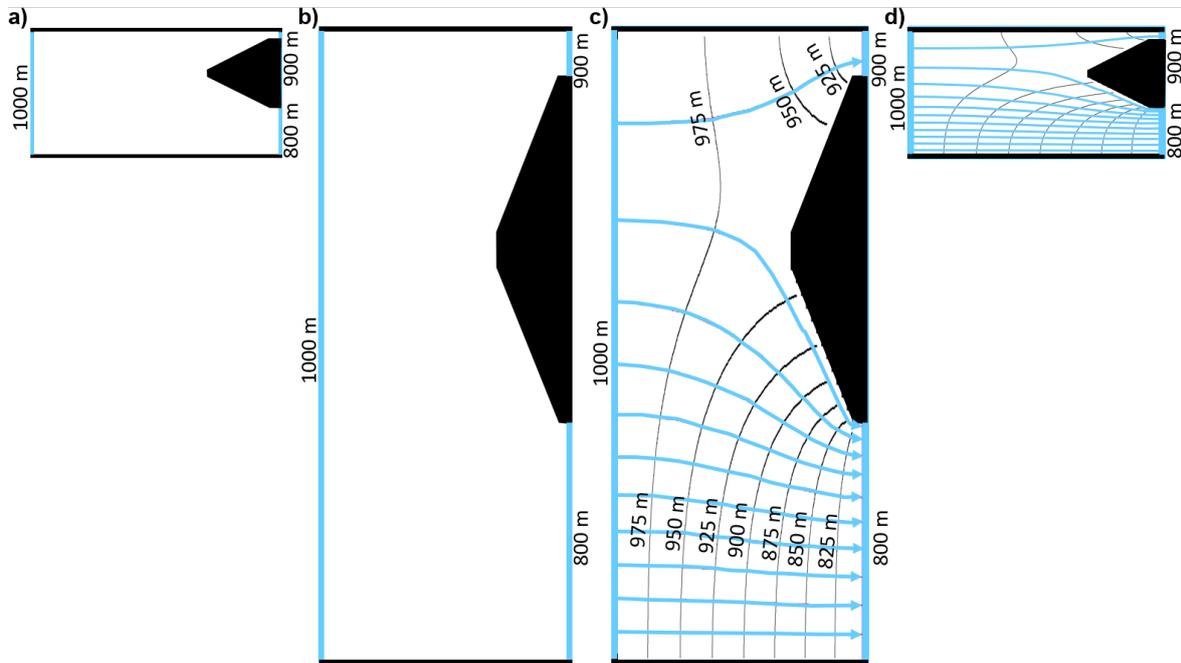
$Q_{total} = (0.2 \text{ m/d}) (5.3 \text{ m}) (28 \text{ m}) (3 \text{ tubos de corriente}) / (16 \text{ divisiones de carga}) = 5.6 \text{ m}^3/\text{d}$

[Regresar al Ejercicio 3 ↑](#)

## Ejercicio 4 - Solución



- a) Sistema original
- b) El Sistema se puede ampliar por un factor de 5 en  $y$ -dirección para tomar en cuenta la anisotropía porque  $225^{0.5}/9^{0.5} = 15 / 3 = 5$
- c) Se dibuja una red de flujo en la imagen transformada como si el sistema fuera isotrópico
- d) El sistema se transforma de nuevo a 1/5 del ancho para revelar las líneas de flujo en el sistema anisotrópico



Intervalo de contorno =  $(200 \text{ m}) / (8 \text{ divisiones de carga}) = 25 \text{ m}$

$$Q_{total} = K H w \frac{n_f}{n_d} a_r$$

La relación de aspecto es uno, entonces  $a_r = 1$

$K_{equivalente \text{ para una red anisotrópica de flujo}} = (K_x K_y)^{0.5} = ((225 \text{ m/d})(9 \text{ m/d}))^{0.5} = 45 \text{ m/d}$

$Q_{total} = (45 \text{ m/d}) (200 \text{ m}) (100 \text{ m}) (12 \text{ tubos de corriente}) / (8 \text{ divisiones de carga}) = 1,350,000 \text{ m}^3/\text{d}$

[Regresar al Ejercicio 4](#) ↑

## 7 Acerca de los Autores



**Dra. Eileen Poeter** es profesora emérita de Ingeniería Geológica en la Escuela de Minas de Colorado, donde impartió cursos sobre aguas subterráneas y asesoró a más de 40 estudiantes graduados que trabajaron con ella en investigaciones de sistemas de aguas subterráneas y proyectos investigativos de modelamiento. También es ex directora del Centro Integral de Modelamiento Hidrogeológico; y presidente jubilado de Poeter Engineering. Con 40 años de experiencia en el modelado de sistemas de aguas subterráneas, ha sido consultora de abogados, industrias, empresas de ingeniería, agencias gubernamentales, laboratorios de investigación y grupos de ciudadanos sobre proyectos de modelado de aguas subterráneas para: almacenamiento y recuperación de acuíferos; rendimiento de muros pantalla; drenaje en las instalaciones propuestas de plantas de energía nuclear; gestión regional de aguas subterráneas, bombeo regional a gran escala, filtración de presas, migración de contaminantes, impactos de la deshidratación e interacción arroyo-acuífero. La Dra. Poeter es autor de un software de modelamiento hidrogeológico que incluye evaluación de la sensibilidad del modelo, evaluación de datos requeridos, calibración del modelo, selección y clasificación de modelos y evaluación de la incertidumbre predictiva. Fue profesora Darcy de la Asociación Nacional de Aguas Subterráneas (NGWA) en 2006 y recibió su premio M. King Hubbert en 2017, además de ser miembro vitalicia y miembro de la NGWA.



**Dr. Paul Hsieh** es un hidrólogo independiente de aguas subterráneas, que se jubiló en 2018 del Servicio Geológico de EE. UU. después de 41 años de servicio como hidrólogo investigador. Recibió su B.S.E. de la Universidad de Princeton en Ingeniería Civil y M.S. y Ph.D. de la Universidad de Arizona en Hidrología y Recursos Hídricos. Su investigación en el USGS abarcó diversos temas que incluyeron flujo de agua subterránea y transporte de solutos en rocas fracturadas, desarrollo y aplicación de modelos de simulación por computadora, interacción entre agua subterránea y terremotos, e hidrología de volcanes. Durante el derrame de petróleo de Deepwater Horizon de 2010, se desempeñó en el equipo científico del gobierno federal en respuesta a derrames de petróleo. Es miembro de la Sociedad Geológica de América y la Unión Geofísica Estadounidense, y recibió la medalla de Servicio a América en 2011 de la Asociación para el Servicio Público.

## 8 Acerca del Traductor



**MSc. Yetzabbel G. Flores C.** es hidrogeóloga, y estudiante en la Universidad de Miskolc en Hungría. Recibió su B.S.E de la Universidad Técnica Particular de Loja en Ingeniería en Geología y Minas, el M.Sc. de la Universidad de Miskolc en Ingeniería Hidrogeológica, actualmente es candidata a PhD. en la Escuela Doctoral de Ciencias de la Tierra Mikoviny Samuel, Universidad de Miskolc. La experiencia profesional comprende la participación como técnico geomático para Tracasa-Nipsa y el Instituto Espacial Ecuatoriano en el proyecto de Generación de Mapas Geomorfológicos del Ecuador. Además, se ha desempeñado como geóloga de campo para la empresa geotécnica Estuelcon Cia. Ltda. Actualmente, desarrolla su tema de investigación en el modelamiento de sistemas hidrogeológicos regionales y los efectos de la configuración geológica sobre la red de flujo de las aguas subterráneas.

Considere suscribirse a la lista de correo de The Groundwater Project y manténgase informado sobre los lanzamientos de libros nuevos, eventos y formas de participar en The Groundwater Project. Cuando se registra en nuestra lista de correo electrónico, nos ayuda a construir una comunidad mundial de aguas subterráneas. [Registrarse](#)<sup>↗</sup>.



## Modificaciones de la versión original

### **Cambios generales:**

Un número menor de errores tipológicos fueron corregidos como la falta de espacios en blanco.

Donde las unidades fueron “sec” o “day”, estas han sido cambiadas a “s” y “d”.

Las unidades en italics fueron cambiadas a no italic.

Las palabras en ecuaciones fueron cambiadas a no itálicas

Las variables de las ecuaciones que estaban en no itálica se cambiaron a italic

Se colocaron paréntesis en ciertas cantidades para mejorar la claridad de las ecuaciones.

Referencias a (Poeter and Hsieh, 2020, gw.project.org) se removieron para ser consistentes con el último formato de GW Project. Esta citación se removió de la lista de referencias.

Cambios menores de formato a la lista de referencias para ser consistentes con el formato de GW Project.

La tabla de contenidos fue actualizada para asegurar que el número de páginas sea correcto después de las revisiones.

### **Cambios específicos:**

página i, ii, Se eliminó la fuente en minúsculas.

página iii, Palabras clave removidas.

página iii, Añadido el link para registrarse por email a The Groundwater Project.

página iii, Información de citas bibliográficas añadida.

página iii, Cambio de Steven Moran a Stephen Moran.

página v-vii, Tabla de contenido actualizada.

página 1, Se reemplazó "Editado y narrado por Poeter 2020, gw-project.org" con "Editado y narrado por Eileen Poeter 2020."

página 12, Borrado "(Ecuación 2)."

página 16, Subtítulo de la Figura 14. Se reemplazó "Simulaciones por Jiao and Liang, 2019;" por "Grabación de simulation del modelo de Hele-Shaw en la Universidad de Hong Kong por J. Jiao and W.Z. Liang."

página 28, Se removió "Cuál es la descarga específica?"

página 28, Se removió "Cuál es la velocidad lineal promedio si la porosidad efectiva es 30%?"

página 29, Se removió la referencia a Jiao y Liang, 2019.

página 29, Referencia a Woessner y Poeter 2020. Se cambio por Hydrogeologic Properties of Earth Materials and Principles of Groundwater Flow. The Groundwater Project, Guelph, Ontario, Canada, <https://gw-project.org/books/hydrogeologic-properties-of-earth-materials-and-principles-of-groundwater-flow/>

páginas 30-31, Se reemplazó  $\Psi$  con  $\psi$ .

página 39, Se reemplazó "área de flujo por unidad de ancho perpendicular a la dirección del flujo " con " ancho del tubo de flujo en el plano de la red de flujo ".

página 39, La variable  $q_{tube}$  es reemplazada por  $Q'_{tube}$ . Cambio de las unidades para  $Q'_{tube}$  de  $L^3/T$  a  $L^2/T$ .

página 39, Ecuación Anexo 3-3. Se removió "1 *unidad\_ancho\_en\_el\_diagrama*".

página 39, Definición de las variables Ecuación Anexo 3-3. Se añadió la definición de la variable  $y$ .

página 40, Se eliminó "y omitiendo el valor de uno para la unidad de ancho dentro del diagrama".

página 40, La variable  $q_{tube}$  es reemplazada por  $Q'_{tube}$ , incluyendo en la Figura Anexo 3-4.

páginas 40-41, La variable  $q$  es reemplazada por  $Q'$ , se define como “flujo volumetrico a traves del sistema por unidad de ancho perpendicular a el diagrama ( $L^2/T$ ).”

página 41, Se reemplazó “flux-based red de flujo” por “red de flujo”.

páginas 42-43, Se reemplazó “Figura Anexo4-4” con “Figura Anexo 4-2”.

página 43, Se reemplazó “Figura Anexo 4-5” con “Figura Anexo 4-3”.

página 43, Se reemplazó “Figura Anexo 4-6” con “Figura Anexo 4-4”.

páginas 43-44, Se reemplazó “Figura Anexo 4-7” con “Figura Anexo 4-5”.

página 45, Se reemplazó “Figura Anexo 4-8” con “Figura Anexo 4-6”.

páginas 46-47, Se reemplazó “Figura Anexo5-9” con “Figura Anexo 5-1”.

página 47, Se reemplazó el numero de la ecuación “Anexo 5-8” con “Anexo 5-1”.

página 47, Se reemplazó el numero de la ecuación “Anexo 5-9” con “Anexo 5-2”.

página 47, Se reemplazó “cuaquier punto  $(x,y)$  en el sistema original de coordenadas será movido a un punto  $(X,Y)$  en el sistema de coordenadas trasformadas” con “cualquier punto  $(x,y)$  en el sistema original de coordenadas será movido a un punto  $(X,y)$  en el sistema de coordenas transformadas.”

páginas 47-48, Se reemplazó “Figura Anexo 5-10” con “Figura Anexo 5-2”.

página 48, Se reemplazó “Figura Anexo5-11” con “Figura Anexo 5-3”.

páginas 48-49, Se reemplazó “Figura Anexo5-12” con “Figura Anexo 5-4”.

página 49, Se reemplazó “Figura Anexo5-13” con “Figura Anexo 5-5”.

páginas 49-50, Se reemplazó “Figura Anexo5-14” con “Figura Anexo 5-6”.

páginas 50-51, Se reemplazó “Figura Anexo5-15” con “Figura Anexo 5-7”.

páginas 51-52, Se reemplazó el numero de la ecuación “Anexo 5-10” con “Anexo 5-3”.

página 51, Se reemplazó el número de la ecuación "Anexo 5-11" con "Anexo 5-4".

página 53, Se reemplazó "Figura Anexo 6-16" con "Figura Anexo 6-1".

página 54, Se reemplazó las variables  $K_{xx}$  y  $K_{zz}$  con  $K_x$  y  $K_z$ , respectivamente.

página 57, Se reemplazó "Figura Anexo 6-44" con "Figura Anexo 6-4".

Página 58, Se reemplazó "(Figura Anexo6-)" con "(Figura Anexo 6-6)"

Página 65, Se reemplazó " $5^{0.5}$ " con " $9^{0.5}$ "

página 65, Se removió los cálculos para  $q$  y  $v$ .